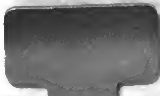

FONDO PIZZOFALCONE





ELEMENTI

DI

MATEMATICA

ELEMENTI

DI

MATEMATICA

COMPOSTI PER USO

DELLA

REALE ACCADEMIA MILITARE

DAL

PROFESSORE DI FISICA SPERIMENTALE, E CHIMICA,
E DIRETTORE DELLE SCIENZE DELLA MEDESIMA

VITO CARAVELLI.



TOMO I.



NAPOLI,
DAI TORCHI DI GIUSEPPE CUOMO

1833.

A' DISCRETI LETTORI.

Gli Elementi delle Scienze Matematiche, ch' io per supremo comando vado ora pubblicando pel mezzo delle stampe per uso della Reale Accademia militare, sono gli Elementi dell' Aritmetica, della Geometria Piana, e Solida, dell' Algebra, de' Logaritmi della Trigonometria piana, delle Sezioni coniche, della Geometria pratica, della Statica, dell' Idrostatica, e dell' Idraulica.

Ancorchè saranno sì fatti Elementi accomodati all' uso, che di essi dovrà farsene, e al tempo, che vi sarà per insegnare nella detta Accademia, e non comprenderanno, se non quanto sarà necessario a un Ufficiale, per potere intendere i veri fondamenti dell' Artiglieria, e della Fortificazione; ad ogni modo non sarà trascurato in essi nè il rigore geometrico, nè ciò, che fa il sostanziale in ciascuna delle suddette Scienze, e si vedranno di più le tecniche ridotte a principj semplici e gen-

rali , e le dottrine condensate , per così dire , e ristretto , senza togliere loro punto la necessaria chiarezza.

In questo tomo escono alla luce gli Elementi dell' Aritmetica ; in quelli , che le dovranno seguire , si daranno gli Elementi delle altre suddette Scienze coll' ordine istesso , che nella detta Accademia saranno insegnate.

Non ho annoverato tra gli altri gli Elementi dell' Artiglieria , e della Fortificazione , che pure s' insegneranno nell' istessa detta Accademia , perchè si detteranno alla gioventù , senza pubblicarli colle stampe.

Mi lusingo che il pubblico , come ha gradito le altre mie fatiche , così voglia gradire anche queste , le quali , se condurranno i giovani militari alla conoscenza dell' Artiglieria , della Fortificazione , e di quanto appartiene alla Scienza militare , che dalle Matematiche deriva , potranno anche essere di scorta a tutti coloro , che amano d' inoltrarsi nelle Scienze Matematiche istesse. Vivete felici.

ELEMENTI

DI

MATEMATICA.



NOZIONI PRELIMINARI.

I.

Si dice *Grandezza*, o *Quantità* ogni cosa, che può ricevere accrescimento, e diminuzione, ogni cosa, ch' è divisibile in parti, e si può intendere da parti composta; ogni cosa, che per rispetto di un' altra della medesima spezie, può essere maggiore, o minore. Tali sono le lunghezze, le superficie, i corpi, i moti, i tempi, le velocità, le forze, ec.

II.

Considerando attentamente le grandezze, si conosce niun esservene, per piccola ch' ella sia, di cui non se ne possa la mente immaginare un' altra più piccola. Dunque non v' è grandezza, che la mente non possa intendere divisibile, e suddivisibile in parti minori, e minori, senza trovare giammai limite alla divisione, vale a dire divisibile e suddivisibile all' infinito.

III.

Potendosi dalla mente considerare ogni grandezza divisibile, e suddivisibile all' infinito; si può anche con più facilità considerare ogni grandezza, come divisa in un determinato numero di parti uguali. Sicchè tutte le grandezze si possono considerare e come divisibili, e suddivisibili all' infinito, e come divise in un determinato numero di parti uguali; vale a dire e come divisibili, e suddivisibili in parti, che non si possono nè assignare, nè numerare, e come divise in parti da poterle e assignare, e numerare.

IV.

Quindi è, che le grandezze si sono distinte in discrete, e continue. Si dice *Grandezza discreta* ogni grandezza, ch' è realmente divisa, o che si considera come divisa in un determinato numero di parti uguali. Si dice poi *Grandezza continua* ogni grandezza, che si considera come suscettibile solamente di divisioni, e suddivisioni all' infinito. Onde numerabili sono solamente le grandezze, considerate come discrete.

V.

Si possono in oltre considerare le grandezze o come sole, e indipendenti dagl' individui sì reali, che astratti, a' quali appartengono, o negl' istessi individui e reali, e astratti, a' quali spettano, o negli effetti dipendenti da cagioni vere, o suppo-

ste. Premesse tali cose, proceduto ora a vedere quali, e quante sono le principali scienze matematiche.

VI.

Si dicono *Scienze Matematiche* tutte quelle, che trattano di grandezze.

Si divide la Matematica in *Pura*, e *mista*.

1. Si dicono *Scienze della Matematica pura* quelle, che trattano delle grandezze, considerate come sole, e indipendenti dagl' individui sì reali, che astratti, a' quali appartengono.

2. Si chiamano poi *Scienze della Matematica mista*, o *Scieze Fisico-matematiche* quelle, che s' occupano circa le grandezze, considerate negl' individui e reali, e astratti, e negli affetti i stessi, che dipendono da cagioni vere, o supposte.

VII.

Alla Matematica pura si riducono l' *Aritmetica*, e la *Geometria*.

1. L' *Aritmetica* ha per oggetto le grandezze astratte, considerate come discrete.

2. La *Geometria* ha per oggetto le grandezze astratte, considerate come continue.

VIII.

Si divide l' Aritmetica in *Aritmetica speciale*, che si dice semplicemente *Aritmetica*, e in *Aritmetica universale*, o sia *Algebra*.

1. L' *Aritmetica speciale* dà le regole di calcolare con caratteri speziali le grandezze astratte, considerate come discrete.

2. L'*Aritmetica universale*, o sia *Algebra* dà le regole di calcolare le medesime grandezze con caratteri universalissimi.

IX.

La *Geometria* si divide in *Geometria elementare*, e la *Geometria trascendentale*, o sia *Geometria sublime*.

1. La *Geometria elementare* considera le proprietà della linea retta, e circolare, delle figure piane, terminate da dette linee, e delle figure solide, racchiuse da superficie, che col moto delle medesime dette linee si possono intendere descritte.

2. La *Geometria sublime* considera le proprietà di tutte le linee curve, delle superficie racchiuse da esse, e de' solidi terminati da superficie, che col moto delle medesime curve si possono intendere descritte.

X.

Alla *Matematica mista* si riducono le scienze seguenti.

1. La *Meccanica*, ch' esamina la quantità ne' corpi considerati in moto, o tendenti al moto.

2. L' *Ottica* che considera la quantità nella luce.

3. L' *Astronomia*, che considera la quantità ne' moti de' corpi celesti.

4. L' *Acustica*, che considera la quantità nel suono.

5. La *Pneumatica* che considera la quantità nell' aria.

6. L'*Arte di conceturare*, che considera la quantità nelle probabilità degli eventi possibili.

In quali altre scienze le già riferite si suddividono, e quali sono quelle, che da alcune di esse derivano, come rami da loro tronchi, si dirà dove l'esigerà il bisogno.

XI.

È d'avvertire intanto che i Matematici in tutte le Scienze, che trattano, danno loro un'ordine esattissimo. E perciò mettono prima le definizioni; poscia gli assiomi necessarj, e i postulati, se bisognano; appresso i teoremi, problemi, e lemmi; e finalmente i corollarj, ove si puole, e gli avvertimenti, ove il bisogno il richiede.

1. *Definizione* si dice una proposizione, che dà un' idea distinta della cosa, che con qualche vocabolo si vuole spiegare.

2. *Assioma* si chiama ogni proposizione, che racchiude una verità, che s'intende senza dimostrazione.

3. *Postulato* si dice ogni proposizione, che disegna di fare un'operazione, la quale, perchè facilmente s'intende come eseguir si debba, si cerca di poterla fare, senza bisogno di dimostrare di essersi poi fatto ciò, che s'era proposto di fare.

4. *Teorema* si dice una proposizione, che racchiude una verità, la quale non si può intendere senza dimostrazione.

5. *Problema* si chiama una proposizione; che disegna di fare alcuna operazione, la quale senza qualche ragionamento non si può eseguire; ed, eseguita, non si può senza dimostrazione intende-

re d' essersi fatto ciò, che s' era proposto di fare.

6. *Lemma* si dice una proposizione, che si premette a un teorema, o a un problema, per rendere facile la dimostrazione del teorema, o la soluzione del problema.

7. *Corollario* dicesi una proposizione, che si ricava da un' altra antecedente già stabilita, come legittima conseguenza.

8. Gli *Avvertimenti* finalmente, che si sogliono mettere appresso definizioni, assiomi, teoremi, problemi, e corollarj, contengono tal volta il rischiaramento di qualche cosa, tal volta le risposte a qualche difficoltà, tal volta l' uso della dottrina, di cui si tratta, tal volta l'istoria; o l' origine di qualche invenzione; o tal volta contengono cose, che hanno connessione con ciò, che si tratta, purchè non sieno nè inutili a sapersi, nè appartenenti ad altre scienze.

ELEMENTI
DI
ARITMETICA

DEFINIZIONI

DEFINIZIONE I.

1. L'*Aritmetica* è una scienza, che dà le regole di calcolare con caratteri speciali tutte le grandezze astratte, considerate come discrete.

DEFINIZIONE II.

2. I caratteri speciali, di cui si fa uso Aritmetica, sono i seguenti: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, li quali s'esprimono nel modo che segue:

0 . . .	zero	5 . . .	cinque
1 . . .	uno	6 . . .	sei
2 . . .	due	7 . . .	sette
3 . . .	tre	8 . . .	otto
4 . . .	quattro	9 . . .	nove

DEFINIZIONE III.

3. Per *unità* s' intende la denominazione, che si dà a chicchesia, considerata indivisa in se stessa, e divisa, o separata da qualunque altra. Tali sono un uomo, un libro, un ducato, una canna, un miglio, ec.

DEFINIZIONE IV.

4. *Numero* si dice l' unione di più unità.

DEFINIZIONE V.

5. Le unità, che non oltrepassano le nove, si dicono *numeri semplici*; e quelle, che oltrepassano le nove, si dicono *numeri composti*.

AVVERTIMENTO I.

6. Cogli medesimi caratteri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, co' quali gli Aritmetici contrassegnano i numeri semplici, contrassegnano anche con mirabile artifizio tutt' i numeri composti. Però, per la contrassegnazione de' numeri composti, i detti caratteri vengono insieme combinati, e viene loro attribuito un' altro valore, che, procedendo da destra a sinistra cresce da carattere a carattere per decine; cioè, procedendo da destra a sinistra, contrassegnano col carattere.

I. Unità
II. Decine
III. Decine di decine, o *centinaja*

IV. Decine di centinaja, o *migliaja*

V. Decine di migliaja

VI. Decine di decine di migliaja, o centinaja di migliaja

VII. Decine di centinaja di migliaja, o *milioni*

VIII. Decine di milioni

IX. Decine di decine di milioni, o centinaja di milioni

X. Decine di centinaja di milioni, o migliaja di milioni

XI. Decine di migliaja di milioni.

XII. Decine di decine di migliaja di milioni, o centinaja di migliaja di milioni

XIII. Decine di centinaja di migliaja di milioni, o *bilioni*

XIV. Decine di bilioni

XV. Decine di decine di bilioni, o centinaja di bilioni

XVI. Decine di centinaja di bilioni, o migliaja di bilioni

XVII. Decine di migliaja di bilioni

XVIII. Decine di decine di migliaja di bilioni, o centinaja di migliaja di bilioni

XIX. Decine di centinaja di migliaja di bilioni, o *trilioni*

XX. Decine di trilioni

XXI. Decine di decine di trilioni, o centinaja di trilioni, ec.

Corollario I.

7. Quindi nel numero composto 4386582736 contrassegnano il carattere

1 . . . . sei unità
2 . . . . tre decine
3 . . . . sette centinaja
4 . . . . due migliaja
5 . . . . otto decine di migliaja
6 . . . . cinque centinaja di migliaja
7 . . . . sei milioni
8 . . . . otto decine di milioni
9 . . . . tre centinaja di milioni
10 . . . . quattro migliaja di milioni. Per la qual cosa il numero 43 86 58 27 36 si profferisce dicendo : *quattro mila, trecento ottantasei milioni, cinquecento ottantaduemila settecento trentasei.*

Corollario II.

8. Adunque se, procedendo da destra a sinistra, si divideranno tutt' i caratteri di qualunque numero composto a tre a tre; il primo di ogni ternario denoterà unità, il secondo decine, e il terzo centinaja; però denoteranno unità, decine, e centinaja semplici quelli del primo ternario; di migliaja quelli del secondo, di milioni quelli del terzo, di migliaja di milioni quelli del quarto, di bilioni quelli del quinto; e così procedendo innanzi.

Corollario III.

9. Onde se, diviso il numero in ternarj, con intramettere tra essi delle virgole, si noteranno su i primi loro caratteri successivamente 0, 1, 2, 3, 4, ec., procedendo da destra a sinistra; e ciò si farà con un ternario sì, e con uno no: contrassegneranno rispettivamente 0, 1, 2, 3, 4, ec. i ternarj delle unità semplici, de' milioni, de' bilioni, de' trilioni, de' quadrilioni, ec; e i ternarj, non notati con sì fatti caratteri, saranno rispettivamente i ternarj delle migliaja semplici di milioni, delle migliaja di bilioni, delle migliaja di trilioni, ec.

Corollario IV.

10. Per la qual cosa se, poste in un numero composto le dette distinzioni, s'andranno successivamente esprimendo i valori di tutt' i ternarj, per quanto valeranno da se soli, procedendo da sinistra a destra, con aggiugnervi *mila*, ove si incontrerà la sola virgola, e *trilioni*, *bilioni*, *milioni*, ove i ternarj saranno notati co' caratteri 3, 2, 1; s'esprimerà in sì fatto modo il valore dell' intero numero. Così il valore del numero, qui sotto notato, s'esprime dicendo.

4 3 2 1 0
25,887,426,930,759,000,432,576,328,465,

venticinque mila, ottocento ottantasette quadrilioni, quattrocento ventisei mila, novecento trenta milioni, settecento cinquantanove mila bilioni, e quattrocento trentadue mila, cinque–

cento settantasei miloni, trecento ventotto mila, quattrocento sessantacinque.

AVVERTIMENTO II.

11. Si noti che lo scrivere un numero, che viene profferito, non riesce punto difficile, qualora s' è conosciuto il valore, che ha ogni carattere da se solo, e'l valore, che acquista per ragione da luogo. Basta intanto avvertire che, se mancano o le unità, o le decine, o le centinaja, ec., deesi ne' rispettivi luoghi adoperare il zero, destinato a significar nulla, e a denotare conseguentemente sì fatte mancanze. Così il numero *tremila quattrocento sette* si scrive a questo modo, 5407, mettendovi il zero nel luogo delle decine, che mancano. Similmente il numeto *tre milioni, e diciassette mila ottocento venti* si scrive così, 3017820, mettendovi un zero nel luogo delle unità, e un' altro in quello delle centinaja di miglia-ja, mancandovi sì le une, che le altre.

DEFINIZIONE VI.

12. Due, o più numeri dicono tra loro *omogenei*, se si riferiscono all' istessa unità, o a unità tali, che la minore di esse, presa alcuni determinati numeri di volte, forma esattamente le altre; si dicono poi *eterogenei*, se si rapportano a unità di diverso genere; cioè a unità tali, che per quante volte una di un genere si prenda, non giunga a formare giammai un' unità dell' altro.

Corollario.

13. Quindi 6 mila, e 4 miglia sono numeri omogenei; perchè l'unità di ambidue è la lunghezza del miglio. Numeri omogenei sono pure 17 canne, e 3 palmi; perchè l'unità del 3 presa otto volte, forma l'unità del 17. Però 6 miglia, e 4 ore sono eterogenei; poichè l'unità del 4, per quante volte si prenda, non può mai formare l'unità del 6 in questo caso.

DEFINIZIONE VII.

14. Si dice *numero intero* ogni numero composto da più unità. Così il 7 è intero, perchè con esso si possono contrassegnare sette uomini, sette ducati, sette miglia, ec. Quali sieno i numeri rotti, si dirà a suo luogo.

DEFINIZIONE VIII.

15. L'*Addizione* è un'operazione, per cui dati più numeri omogenei, se se ritrova un'altro uguale a tutt'insieme. Il numero, che si trova si dice *somma*.

DEFINIZIONE IX.

16. La *Sottrazione* è un'operazione, per cui dati due numeri omogenei disuguali, con togliere il minore dal maggiore, si trova di quanto l'uno eccede l'altro. L'eccesso, che si trova, si chiama *residuo*.

*

DEFINIZIONE X.

17. La *Moltiplicazione* è un' operazione, per cui, dati due numeri, se ne ritrova un' altro, che sia uguale a uno de' dati, preso tante volte, quante volte l' addita l' altro. Si dicono *fattori* i numeri, che si moltiplicano, e *prodotto* quello, che si trova.

DEFINIZIONE XI.

18. La *divisione* è un' operazione, per cui, dati due numeri, ritrovando quante volte l' uno contiene l' altro, si viene ad avere una parte dell' uno, denominato dall' altro. Si dicono *dividendo* il numero, che si divide, *divisore* quello, per cui si fa la divisione, e *quoziente* la parte, che si viene ad avere del dividendo, denominato dal divisore.

Avvertimento.

19. Queste quattro, e non altre, cioè l' addizione, e la sottrazione, la moltiplicazione, e la divisione sono le principali operazioni, che su numeri far si possono. E perchè si possono eseguire e sugl' interi, e su gli rotti; insegneremo prima i modi di farle su gl' interi; e poscia esporremo i modi di farle su i rotti.

POSTULATI.

POSTULATO I.

20. *Sommare più numeri semplici, che si riferiscono alla medesima unità.*

Una sì fatta operazione si fa unendo insieme tutte le unità de' numeri, che sommar si debbono Così 12 è la somma di 2, 4, 5. Similmente 17 è la somma di 2, 4, 5, 6.

POSTULATO II.

21. *Sottrarre un numero semplice da un' altro, che si rapporti alla medesima unità, e che li sia maggiore.*

Questa operazione si fa con togliere tante unità dal numero maggiore, quante ne contiene il minore, e notarne l' avanzo. Così dal 9 sottrattone il 5, il residuo è 4. Similmente dal 15 sottrattone l' 8, il residuo è 7.

POSTULATO III.

22. *Moltiplicare insieme due numeri semplici.*

Una sì fatta operazione si fa prendendo uno dei fattori tante volte, quante unità sono nell' altro. Così se si vuole moltiplicare il 6 per 4; prendendo il 6 quattro volte, o, ciò che torna all' istesso, il 4 sei volte, si ha sempre il prodotto 24. Similmente se si vuole moltiplicare 9 per 7;

prendendo il 9 sette volte, o il 7 nove volte, si ha sempre il prodotto 63.

Avvertimento.

23. Si noti che, per poter fare sì fatte operazioni con ispeditezza, giova mandarsi a memoria, che l'unità presa 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 volte fa 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, che il 2 preso successivamente le istesse volte fa 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, che il 3 preso pure le istesse volte successivamente fa 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27; e così procedendo per tutti i numeri semplici. Però infinattantocchè non s'avranno sì fatti prodotti a memoria, gioverà assai collocare le suddette serie de' prodotti con ordine in cellette distinte, e collocarne l'una sotto l'altra come nella seguente Tavola fatto si vede. Poichè coll' ajuto di sì fatta tavola, detta *Pitagorica*, si potrà con facilità avere, quando si vorrà, il prodotto di due numeri semplici. E in fatti, se uno de' fattori si prenderà nella prima serie orizzontale AD, e l'altro nella prima serie verticale AB, scendendo giù da quello per la seria verticale, che da lui procede, e scorrendo nella serie orizzontale, che procede dall'altro, s'avrà, ove s'incontrano sì fatte serie, il prodotto cercato. Così il 42, prodotto del 7 moltiplicato pe 6, si ha, ove s'incontra la serie verticale, procedente dal 7 della prima orizzontale AD, colla serie orizzontale, procedente dal 6 della prima verticale AB: Similmente il 56, prodotto dell'8 moltiplicato pel 7, si ha, ove s'incontra la serie verticale, procedente dall'8 della

prima orizzontale AD, colla serie orizzontale, procedente dal 7 della prima verticale AB.

A D

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

B C

POSTULATO IV.

24. *Dividere per un numero semplice un'altro numero, che non sia misurato da quello più di nove volte.*

Sì fatta operazione s'esegue, prendendo per quoziente quel numero, per cui moltiplicato il divisore, si ha il dividendo. Imperocchè tante volte il divisore dee misurare il dividendo, quante volte si dee quello prendere, per avere questo. O

pure s'esegue scendendo prima giù per la serie verticale, procedente dal divisore, preso nella prima orizzontale della Tavola *Pitagorica*, finchè s'incontra il dividendo; e poscia da questo procedendo nella serie orizzontale, finchè si pervenga alla prima verticale; che il numero, che quivi s'incontra, è il quoziente certo. Così il quoziente di 21 diviso per 3 è il 7; perchè il 3, sette volte preso, fa 21; o perchè il 21 nella serie verticale, procedente dal 3, è nella serie orizzontale, che procede dal 7 della prima verticale.

Avvertimento.

25. Se accade che qualche divisione non possa eseguirsi con esattezza; il quoziente allora è quel numero, per cui moltiplicato il divisore, si ha un numero minore del divisore; e un sì fatto avanzo si dice il *residuo* della divisione. Così se si dovrà dividere il 25 per 7; perchè il 7, preso tre volte, fa 21, che manca dal 25 di 4; sarà 3 il quoziente, e l'avanzo 4 il residuo della divisione.

ASSIOMI.

ASSIOMA I.

26. Ogni grandezza è uguale a tutte le sue parti insieme prese.

ASSIOMA II.

27. Se da grandezze uguali si tolgono parti uguali, le grandezze restanti sono anche uguali.

CAP. I.

Del calcolo de' numeri interi.

PROBL. I.

28. *Da più interi, che si rapportano alla medesima unità, sommarli insieme.*

SOLUZIONE.

1. Si ordinino i numeri dati, scrivendoli in modo l'uno sotto dell'altro, che sieno corrispondenti le unità alle unità, le decine alle decine, le centinaja alle centinaja, ec.; e sotto tali numeri odrinati si tiri una linea.

2. Si sommino separatamente, e successivamente le unità della prima, seconda, terza, quarta, ec. serie verticale, procedendo da destra a sinistra: e le somme, che successivamente si hanno, successivamente si notino sotto la linea in

corrispondenza delle serie sommate, se non eccedono il 9; e, se eccedono il 9, si notino i soli avanzi sulle decine, e'l numero delle decine si aggiunga alla somma, che immediatamente segue. Ciò, che nasce, è la somma cercata.

Esempio I.

Sieno da sommarsi 487538, 27538, 827504, 5781.

Si ordinino, come qui sotto; e, operando del modo già detto, si ritrovi la somma cercata.

	487538
	27538
	827504
	5781
Somma	1348261.

SPIEGAZIONE.

I. *La somma di 1, 4, 8, 8 è 21. Si scriva dunque 1 sotto la linea, e le 2 decine si serbino per la somma seguente.* II. *La somma del 8, 0, 3 col 2, per le due decine della somma precedente, è 16. Sicchè si scriva 6 sotto la linea, e la decina di tale somma si serbi per la somma seguente.* III. *La somma di 7, 5, 5, 5, con 1, per la decina della somma precedente, è 23. Si scriva dunque 3 sotto la linea, e le due decine di tale somma si serbino per la somma seguente.* IV. *La somma di 5, 7, 7, 7, col 2, per le due decine della somma precedente, è 28. Dunque si scriva 8*

sotto la linea, e le due decine si serbino per la seguente somma. V. *La somma di 2, 2, 8 col 2, per le due decine della somma precedente, è 14. Sicchè si scrive 4 sotto la linea, e la decina di tale somma si serbi per la somma seguente.* VI. *Finalmente la somma di 8 e 4 con 1, per la decina della somma precedente, è 13. Sicchè, non essendovi altra serie verticale da sommare, si scriva interamente il 13 sotto la linea; e sarà 1348361 la somma cercata.*

Esempio II.

	43546821468
	39212608475
	152375857
	1217408
	13748275
	2147
Som.	82926773610.

Dimostrazione.

Imperciocchè, operando secondo la regola data, si ha un numero, che contiene la somma di tutte le unità, di tutte le decine, di tutte le centinaja, ec. de' numeri dati; cioè un numero uguale a tutte le parti de' numeri dati, prese insieme. Onde si ha un numero uguale a tutt'i dati, insieme presi (§ 26); e conseguentemente si ha la loro somma (§ 15). Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. II.

29. *Dati due numeri disuguali, che si riferiscono alla medesima unità, sottrarre il minore dal maggiore.*

Soluzione.

1. Si scriva il minore sotto il maggiore coll' ordine istesso, che si scrivono nell' addizione; e sotto di essi si tiri una linea.

2. Dalle unità, decine, centinaja, ec. del numero superiore si sottraggono successivamente le unità, decine, centinaja, ec. dell'inferiore.

3. Se qualche carattere inferiore sarà maggiore del suo corrispondente superiore; s' accresca prima egli d' una decina, e poscia se ne faccia la sottrazione, notando sotto la linea il residuo. Però in tale caso si dee appresso considerare o il carattere seguente superiore diminuito d' una unità o il seguente inferiore d' una unità accresciuto.

Ciò, che nasce, è il residuo cercato.

Esempio I.

	58750234	
	3760425	sott.
Residuo	54989809.	

Spiegazione.

I. *Il 5 non si può togliere dal 4; onde si tolga dal 4, e 'l residuo 9 si noti sotto la linea.* II. *Il 2 si tolga dal 3 meno 1, o sia dal 2, e 'l residuo zero si noti sotto la linea.* III. *Il 4 non si può togliere dal 2; onde si tolga 12, e 'l residuo 8 si scriva sotto la linea.* IV. *Il 9 non si può togliere dal zero meno 1; onde si tolga dal 10 meno 1, o sia dal 9, e 'l residuo zero si noti sotto la linea.* V. *Il 6, non si può togliere dal 5 meno 1; onde si tolga dal 15 meno 1, o sia dal 14, e 'l residuo 8 si noti sotto la linea.* VI. *Il 7 non si può togliere dal 7 meno 1; onde si tolga dal 17 meno 1, o sia dal 16, e 'l residuo 9 si noti sotto la linea.* VII. *Il 3 si tolga dall' 8 meno 1, o sia dal 7, e 'l residuo 4 si scriva sotto la linea.* VIII. *Dal 5 non si deve togliere cosa alcuna; perciò sotto la linea si scriva il 5. Per la qual cosa il residuo cercato è 54980809.*

Esempio II.

	104950001
	63987983
Residuo	40962018

Dimostrazione.

Imperciocchè, operando secondo la regola data, si ha un numero contenente tutti gli eccessi, coi quali le unità, decine, centinaja, ec. del maggiore avanzano le unità, decine, centinaja, ec. del minore, o co' quali tutte le parti dell' uno avanzano le rispettive parti dell' altro; conseguentemente si ha un numero, che contiene l' eccesso, col quale il maggiore avanza il minore. Sicchè un sì fatto numero è il residuo cercato (§ 16). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. III.

30. *Esaminato se nel sommare s' è sì, o no errato.*

Soluzione.

1. Si separi con una linea la prima serie orizzontale de' numeri, che sommati si sono, da tutte le altre inferiori.

2. Delle serie inferiori alla linea tirata se ne ritrovi la somma, e si noti sotto la somma intera.

3. Si sottragga dalla somma intera l' altra somma ritrovata; e si noti il residuo.

Dico che se sì fatto residuo non sarà punto diverso dalla prima serie orizzontale, separata colla detta linea, la somma intera avuta sarà esatta; altrimenti si dovrà dubitare della sua esattezza.

Esempio.

	432187
	255896
	13475
	47098
Somma I.	748656
Somma II.	316469
Residuo.	432187.

Essendo dunque il residuo l'istesso che la prima serie orizzontale de' numeri sommati, è segno che nel sommare non s' è errato.

Dimostrazione.

Imperocchè nella somma prima sono unite tutte le serie orizzontali de' numeri da sommare, e nella seconda tutte le istesse serie; dalla prima in fuori. Dunque dalla prima somma sottraendone la seconda, si deve avere per residuo, se non s' è nel sommare commesso errore, la prima serie orizzontale. Onde dal confronto di cotal residuo colla prima serie orizzontale de' numeri, può sicuramente dedursi di non avere nel sommare errato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. IV.

31. *Esaminare se nel sottrarre s' è sì, o nò errato.*

Soluzione.

Si sommi il residuo ritrovato col numero, che s'è sottratto. Se per somma si ha il numero, da cui s'è fatta la sottrazione, è segno che nella sottrazione non s'è errato, altrimenti si dubiterà d'avere commesso errore.

Esempio.

	58430214
	36879558
Residuo.	21550756

ESAME

	21550755
	58430214
Somma.	56430214

Sicchè la somma ritrovata non differisce punto dal numero, da cui s'è fatta la sottrazione; e perciò nella sottrazione non s'è errato.

Dimostrazione.

Imperciocchè essendo il residuo l'eccesso del numero maggiore sul minore; aggiugnendo al minore il residuo, si avrà, se non s'è errato nella sottrazione, il numero maggiore. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. V.

32. *Moltiplicare insieme due numeri interi.*

Soluzione.

Si scriva un fattore sotto l'altro; e sotto di essi si tiri una linea. Due casi possono occorrere, o uno de' fattori è numero semplice, o ambidue sono numeri composti. Nel

Caso I.

Si moltiplichi pel fattore semplice ciascun carattere dell'altro, procedendo da destra a sinistra; e i prodotti, che successivamente si hanno, successivamente si notino sotto la linea, se non eccedono il 9; e, se eccedono il 9, si notino i soli eccessi sulle decine; e'l numero delle decine s'aggiunga al prodotto, che immediatamente segue. Ciò, che si ha, è il prodotto cercato. Nel

Caso II.

Si moltiplichi il fattore superiore prima pel carattere primo dell'altro fattore, e poscia successivamente pel secondo, terzo, quarto, ec. carattere: i prodotti particolari, che si hanno, si notino in modo l'uno sotto dell'altro, che sempre il prodotto superiore ecceda l'inferiore immediato d'un carattere a destra. La somma di tutti i prodotti particolari, del modo già detto ordinati, sarà l'intero prodotto cercato.

Esempio I.

	45218	
	5	molt.
Prodotto	226090.	

Spiegazione.

I. *Si moltiplichi l' 8 per 5; il prodotto è 40. Si scriva il zero sotto la linea, e le 4 decine si serbino pel prodotto seguente.* II. *Si moltiplichi l' uno per 5; e 'l prodotto è 5. Si scriva sotto la linea il 5, aggiuntovi il 4 per la 4 decina del prodotto precedente.* III. *Si moltiplichi il 2 per 5; il prodotto è 10. Si scriva il zero sotto la linea, e la decina si serbi pel prodotto seguente.* IV. *Si moltiplichi il 5 per 5; il prodotto è 25, che coll' aggiugnervi 1, per la decina del prodotto antecedente, fa 26. Si scriva adunque 6 sotto la linea, e le due decine si serbino pel prodotto, che segue.* V. *Si moltiplichi il 4 per 5; il prodotto è 20, che coll' aggiugnervi 2, per le due decine del prodotto precedente, fa 22. Si scriva, adunque 22 sotto la linea, non essendovi altro carattere da moltiplicare. Sarà il prodotto cercato 226090.*

Esempio II.

	58739	
	586	molt.
	352434	
	469912	
	293695	
Prodotto	34421054.	

Spiegazione.

I. *Si moltiplichi il fattore superiore per* 6, *primo carattere dell' altro fattore; e 'l prodotto* 352434 *si scriva sotto la linea.* II. *Si moltiplichi l' istesso fattore superiore per* 8, *secondo carattere dell' altro fattore; e 'l prodotto* 469912 *si scriva sotto il primo in modo, che le unità, decine, centinaja, ec. del secondo prodotto corrispondono alle decine, centinaja, migliaja, ec. del prodotto primo.* III. *Si moltiplichi pure il fattore superiore* 5, *terzo carattere dell' altro fattore; e 'l prodotto* 293695 *si scriva sott' il secondo dell' istesso modo, che il secondo s' è scritto sotto il primo.* IV. *Si sommino tutt' i prodotti particolari ritrovati, secondo l' ordine, con cui scritti si sono; la somma* 34421054 *sarà il prodotto cercato.*

Dimostrazione.

Imperciocchè il primo prodotto, che si scrive sotto la linea, contiene ciascun carattere del fattore superiore, o ciascuna sua parte, ovvero l'intero fattore superiore, tante volte preso, quante unità sono nel primo carattere dell' altro fattore. Similmente il secondo, il terzo, ec. prodotto contengono il fattore superiore tante volte preso, quante unità sono nel secondo, terzo, ec. carattere del fattore inferiore. In oltre, esprimendo le unità del carattere secondo decine, quelle del terzo centinaja, ec. i caratteri del secondo, terzo, quarto, ec. prodotto debbono avere un grado, due gradi, tre gradi, ec. più di valore locale de' rispettivi caratteri del prodotto primo. Onde le unità, decine, centinaja ec. del prodotto secondo debbono corrispondere alle decine, centinaja, migliaja, ec. del prodotto primo; similmente le unità, decine, centinaja, ec. del prodotto terzo debbono corrrispondere alle decine, centinaja, migliaja, ec. del prodotto secondo; e così procedendo innanzi. Per la qual cosa la somma di tutt' i prodotti particolari, che si scrivono sotto la linea del modo già detto, contiene il fattore superiore tante volte preso, quante volte l' addita il numero delle unità, ch' esprimono tutt' i caratteri dell' altro fattore. Sicchè sì fatta somma è il prodotto cercato (§. 17). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Corollario.

33. Non avendo il zero valore alcuno; ogni numero moltiplicato pel zero darà sempre per prodotto il zero. Quindi, se il fattore inferiore avrà uno, o più zeri, i prodotti, che si scriveranno sotto la linea, avranno una, o più serie orizzontali di zeri, le quali si possono tralasciare, notando solamente il primo zero d'ognuna di esse, per non errare nell'iscrivere gli altri prodotti, che seguono. Sia per esempio da moltiplicare 50407 8005. L'operazione s'eseguirà, come qui sotto.

```
             50407
              8005
            ------
            252035
               0
              0
            403256
           -------
Prodotto.  403508035.
```

Corollario II.

34. Inoltre se uno de' fattori, o ambidue hanno de' zeri al principio, il loro prodotto si può avere con multiplicare i fattori senza tal zeri; purchè s'aggiungano al prodotto, che si ha, tanti zeri a destra, quanti ne hanno a destra i fattori. Sia per esempio da moltiplicare 409000 per 30200; perchè il prodotto di 409 moltiplicato per 302 è

123518; farà il prodotto di 409000 moltiplicato per 30200 il numero 12351800000.

PROBL. VI.

35. *Dividere un numero composto per un numero semplice.*

Soluzione.

1. Si metta il dividendo a destra, e'l divisore a sinistra con qualche distanza tra loro, acciò l'uno non si confonda coll'altro; e sotto il divisore si tiri una linea.

2. Si divida l'ultimo carattere del dividendo pel divisore, se questo non è maggiore di quello, o i due ultimi, se è maggiore; e'l quoziente si noti sotto la linea del divisore.

3. Si moltiplichi il quoziente ritrovato pel divisore; e'l prodotto, notato sott'il numero diviso, si sottragga dall'istesso numero, scrivendo il primo residuo sott'il primo prodotto.

4. Si noti un punto sott'il carattere, ch'è a destra del numero diviso, e un sì fatto carattere si scriva a destra del residuo primo.

5. Si divida il numero composto dal residuo primo, e dal carattere postoli a destra per l'istesso dato divisore; e'l quoziente si noti a destra del primo.

6. Si moltiplichi il secondo quoziente ritrovato pel divisore; e'l prodotto secondo, notato sotto il numero diviso, si sottragga dall'istesso numero, scrivendo il residuo secondo sotto il prodotto secondo.

7. Similmente si proceda innanzi, finchè non vi rimanga carattere alcuno nel dividendo, che non sia diviso, avvertendo però di notar zero nel quoziente tutte le volte, che il divisore punto non misurerà il numero, che dovrà dividere; e avvertendo altresì che, se l'ultimo residuo non sarà zero, si tirerà allora a destra del quoziente una linea, e si metterà sopra di essa il residuo; e sotto il divisore. E così sarà eseguita la divisione.

Esempio I.

Sia da dividersi 40630 ***per*** 7.

	Dividendo	40635
		35 . . .
		= 56
		35
Divisore.	7	0035
		35
Quoziente	5805	00.

Spiegazione.

I. *Non potendosi pel 7 dividere il 4, si divida il 40; e 'l quoziente 5 si noti sotto la linea del divisore. Si moltiplichi poscia pel quoziente il divisore 7, e 'l prodotto 35 si scriva sott' il 40. Finalmente dal 40 si sottragga il 35, e residuo 5 si scriva sotto il 35.* II. *Si noti un punto sott' il 6, e si scriva il 6 a destra del residuo 5. Poscia si divida pel 7 il 56; e 'l quoziente 8 si metta a destra del quo-*

ziente 5. *Si moltiplichi in oltre pel quoziente* 8 *il divisore* 7, *e'l prodotto* 56, *si scriva sotto il* 56, *che s' è diviso; e, fattane la sottrazione, si noti sotto il prodotto* 56 *il residuo zero.* III. *Si noti pure un punto sotto il* 3, *e si scriva a destra del residuo zero il* 3. *E perchè il* 7 *niuna volta misura il* 3; *si scriva zero nel quoziente a destra dell'* 8 *e, notato il punto sott' il* 5 *del dividendo, si scriva a destra del* 3 *il* 5, *e per* 7 *si divida il* 35. *Il quoziente* 5 *si metta a destra del zero nel quoziente, e si moltiplichi il divisore* 7 *pel quoziente* 5. *Il prodotto* 35 *si scriva sotto il* 35, *che s' è diviso; e fattone la sottrazione, si noti il residuo zero sott' il prodotto* 5. *Sicchè, non essendovi altro carattere nel dividendo, ed essendo zero l' ultimo residuo, sarà il quoziente cercato* 5805.

Esempio II.

Sia da dividersi 72001287 per 6.

		Dividendo 72001287
		6 . . . .
Divisore.	6	12
		12
Quoziente.	12000214 $^{3}/_{6}$	000012
		12
		008
		6
		27
		24
		= 3.

Essendo in quest' esempio 3 l' ultimo residuo; al quoziente 12000214 s' è aggiunto $^{3}/_{6}$, per denotare un sì fatto residuo invisibile per 6.

Dimostrazione.

Facendo la divisione del modo insegnato, si ha un numero, che dinota quante volte il divisore si contiene nelle migliaja, centinaja, decisione, e unità del dividendo, cioè in ciascuna sua parte; e conseguentemente un numero, che dinota quante volte il divisore si contiene in tutto il dividendo. Sicchè sì fatto numero è il quoziente cercato (§. 18). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. VII.

36. *Dividere un numero composto maggiore per un' altro minore anche composto:*

Soluzione.

1. Si dispongano il dividendo, e 'l divisore, come nel probl. antecedente.

2. Si prendano nel dividendo tanti caratteri a sinistra, quanti ve ne sono nel divisore; purchè il numero, che ne risulta da quelli non sia minore di questo; altrimenti se ne prenda uno di più.

3. Per l' ultimo carattere del divisore si divida l' ultimo, o i due ultimi del dividendo, secondochè i caratteri presi nel dividendo sono quanti quei del divisore, o sono uno di più. Il quoziente, che nasce, si noti sotto la linea del divisore, se gli altri caratteri del divisore misurano i rispettivi caratteri, presi nel dividendo cogli rispettivi residui, che l' appartengono, l' istesso, o più numero di volte. Altrimenti il quoziente ritrovato si diminuisca d' una, o più unità; finchè il numero delle volte, che gli altri caratteri del divisore misurano i rispettivi caratteri del dividendo co' residui, che l' appartengono, non sia minore del quoziente diminuito.

4. Il quoziente a questo modo determinato si moltiplichi pel divisore, e 'l prodotto si sottragga dai caratteri del dividendo già divisi; notando il residuo primo sott' il primo prodotto.

5. Si noti un punto sott' il carattere, ch' è a destra degli altri, prima presi; e si scriva un sì fatto carattere a destra del residuo primo.

6. Si presegua la divisione, come s' è incominciata, osservando tutto ciò, che s' è detto doversi osservare, quando il divisore è semplice; e così s' avrà il quoziente cercato.

Esempio I.

Sia da dividersi 160989781 *per* 287.

Dividendo		16098978
		1435 . . . .
		= 1748
		1722
Divisore	287	= 2697
Quoziente	56094	2583
		= 1148
		1148
		0000

Spiegazione.

Essendo 160 minore di 287, si divida 1600 per 287. E perchè il 2 misura 8 volte il 16 esattamente, ma l' 8 non misura punto il zero; non può essere 8 il quoziente di tale divisione. Si prenda dunque per quoziente il 7. E perchè il 2, preso 7 volte, da 14; onde avanzano nel 16 due unità, che col zero, che segue, fanno 20, numero che nè tampoco può essere 7 volte misurato dall' 8. Sicchè nè anche il 7 è quoziente di tale divisione. Similmente può osservarsi che nè anche il 6 è di sì fatta divisione quoziente, ma il 5. Si noti

dunque il 5 sott' il divisore, e si moltiplichi pel divisore. Il prodotto 1435 si scriva sott' il 1609, e si sottragga. Sarà il residuo 174, che si scriverà sott' il 1435. Si ponga un punto sott' all' 8 del dividendo, e si scriva l' 8 a destra del 174; poscia si divida per 287 il 1748, cercando; come poc' anzi qual debba essere il quoziente di tale divisione. Si troverà, essere il 6 si fatto quoziente; e indi si seguirà innanzi l' operazione nell' istesso modo; e si troverà finalmente essere il quoziente cercato 56094.

Esempio II.

Sia da dividersi 8754000000 *per* 35947.

Dividendo 8754000000

```
                                  71894
Divisore    35947                156460
                        6825     143788
Quoziente 243525              = 126720
                        35947    107881
                                  188790
                                  179735
                              =  90550
                                  79894
                              = 198656
                                  179735
                              =  6825.
```

Avvertimento II.

37. Si noti che, se i primi caratteri sì del dividendo, che del divisore sono zeri; si possono prima dal dividendo toglière tanti zeri, quanti ne ha il divisore, e indi fare la divisione, come se il dividendo, e 'l divisore fossero senza tali zeri. Perchè tant'è dividere 100 per 20, quant'è dividere la decima parte di 100 per la decima parte del 20, cioè 10 per 2. Se poi il divisore solo avrà i zeri per primi caratteri; allora si potrà fare la divisione; come se il divisore fosse senza sì fatti zeri, e 'l dividendo fosse privo d'altrettanti de' suoi caratteri primi, però al residuo ultimo della divisione si dovranno aggiungere a destra tutt' i caratteri lasciati nel dividendo, per avere, quando ciò accaderà, il vero residuo. Sia per esempio da dividersi 74358745 per 32000. Si divida 74358 per 23; sarà il quoziente 2323 $^{22}/_{32}$. Onde il quoziente di 74358745 diviso per 32000 sarà 2323 $^{22}/_{32}$, $^{45}/_{00}$.

PROBL. VIII.

38. ***Esaminare, se moltiplicando s' è sì, o no errato.***

Soluzione.

Si divida il prodotto, ritrovato per uno de' fattori. Il quoziente, s'è non si è errato nella moltiplicazione, deve essere l' altro fattore.

Dimostrazione.

Imperciochè il prodotto contiene uno de' fattori tante volte, quante unità sono nell'altro. Dunque un fattore tante volte deve misurare il prodotto, quante unità sono nell' altro fattore. Sicchè, dividendo il prodotto per uno de' fattori, l'altro fattore, se non si è errato nella moltiplicazione, deve essere il quoziente. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Esempio.

Sia da esaminarsi se il prodotto 15200 ritrovato con moltiplicare 475 per 32 sia esatto.

		Dividend.	1520
			128
			= 240
Divisore	32		224
Quoziente	475		= 160
			160
			000.

Essendo dunque quoziente della divisione l'altro fattore 47 5; è chiaro che nella moltiplicazione non si è errato.

PROBL. IX.

39. *Esaminare, se dividendo si è sì, o no errato.*

Soluzione.

Si moltiplichi il divisore pel quoziente; e al prodotto s' aggiunga il residuo della divisione, se ve n' è alcuno. Ciò, che nasce, deve essere il dividendo, se nella divisione non si è errato.

Dimostrazione.

Imperciocchè il dividendo, toltone il residuo ultimo della divisione, contiene il divisore tante volte, quante unità sono nel quoziente. Dunque, prendendo il divisore tante volte, quante unità sono nel quoziente, e al prodotto aggiungendovi il residuo ultimo della divisione, se avvene alcuno, deve aversi il dividendo, se non si è errato nella divisione.

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Esempio.

Sia da esaminarsi se il quoziente $3501\ ^{11}/_{22}$ *avuto con dividere 87543 per 25 è il giusto quoziente.*

Quoziente	3501	
Divisore	25	molt.
	17505	
	7002	
Prodotto	87525	
Result.	18	agg.
Somma	87543.	

Essendo questa somma niente diversa dal dividendo. Dunque nella divisione non si è commesso errore alcuno.

Avvertimento.

40. Oltre le regole già date, per poter conoscere, di non avere errato nel sommare, sottrarre, moltiplicare, e dividere, sogliono gli Aritmetici darne delle altre, chiamate comunemente *Pruove del 9*. Perchè sì fatte pruove non hanno un' intera certezza, abbiamo stimato di non doverci intertenere in sporle.

CAP. II.

Del calcolo dei numeri rotti.

DEFINIZIONE I.

41. Ogni espressione numerica, che contrassegna una, o più parti di qualunque unità, si dice *Rotto*, *Frazione*, o *Minuzia*.

Corollario.

42. Dunque per contrassegnare un rotto non è sufficiente un numero solo, ma ve ne bisognano due; uno per numerare le parti che si prendono dell' unità, e l' altro per denominare in quante parti è l' unità divisa.

DEFINIZIONE II.

43. Si dicono *Numeratore* quello, che numera le parti, che si prendono dell' unità, e *Denominatore* quello, che denomina in quante di sì fatte parti è divisa l' unità.

Avvertimento.

44. Acciocchè in ogni rotto si possa distinguere il numeratore dal denominatore, sono convenuti gli Aritmetici di scrivere il denominatore sotto del numeratore con una linea di mezzo; come 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, ec. Si proferiscono poi i rotti come 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, ec. dicendo; *un mezzo, due terzi, tre quarti, quattro quinti, ec.*

Corollario I.

45. Sicchè il rotto 2/7 di ducato significa un ducato diviso in 7 parti uguali, delle quali se ne prendono 5. Similmente il rotto 11/18 di miglio significa un miglio diviso in 18 parti, delle quali se ne prendono 11, ec.

Corollario II.

46. In oltre l'istesso è dividere un solo miglio per esempio in 18 parti uguali, e prenderne di sì fatte parti 11, che dividere 11 migliaja in 18 parti, e prenderne di tali parti una sola. Ma il dividere un solo miglio in 18 parti uguali, e prenderne di sì fatte parti 11, è avere il valore del rotto 11/38 di miglio; e 'l dividere 11 miglia in 18 parti uguali, e prendi tali parti una sola, è avere il quoziente, che nasce, dividendo per 18 le miglia 11. Dunque il rotto 11/18 di miglio, e così ogni altro rotto equivale al quoziente d'una divisione che ha il numeratore per dividendo, e 'l denominatore per divisore.

Corollario III.

47. Quindi se il numeratore sarà uguale al denominatore, il rotto sarà uguale all' unità. Così $^1/_1$, $^2/_2$, $^3/_3$, $^4/_4$, ec. di ducato, di miglio, di canna, ec. significano un ducato, un miglio, una canna, ec. Se poi il numeratore sarà maggiore del denominatore, il rotto sarà anche maggiore dell' unità. Così $7/5$ di miglio vale un miglio, e due quinti. Se finalmente il numeratore sarà minore del denominatore, il rotto sarà ben anche minore dell' unità. Così $^{18}/_{11}$ di canna vale meno d' una canna.

Corollario IV.

48. Finalmente perchè il quoziente, che si ha, dividendo per 1 qualunque numero intero, è lo stesso dividendo; perciò i rotti $^5/_1$, $^6/_1$, $^7/_1$, ec. equivalgono agl' interi 5, 6, 7, ec. Per la qual cosa si può qualunque numero intero considerare, come un rotto, che abbia l' unità per denominatore.

Avvertimento.

49. Si noti che, essendo ogni rotto uguale al quoziente, che si ha, dividendo il numeratore pel denominatore, è facile il denominare il valore di ognuno di essi, quand' è noto, come presso le diverse nazioni si divide, e suddivide l' unità, alla quale si riferisce il rotto, di cui si vuole sapere il valore, in altre unità minori. Per esempio pres-

so noi si dividono la canna in 8 palmi, il palmo in 12 once, l'oncia in 5 minuti. Or se si vuol sapere il valore di $5/_{11}$ di canna; riducendo prima le 5 canne, che dinota il numeratore del rotto, in pal. 40; e dividendo poscia per 11, o sia pel denominatore i pal. 40 si conoscerà che il rotto $5/_{11}$ di canna vale pal. 3 $7/_{11}$. Similmente e successivamente si conoscerà che il rotto $7/_{11}$ di palmo vale once 7 $7/_{11}$; che il rotto $7/_{11}$ di once vale min. 3 $2/_{11}$; ovvero min. 3 tralasciando i $2/_{11}$ di minuto, come minuzia da non tenerne conto. Sicchè il rotto $5/_{11}$ di canna vale 3 pal., 7 onc., 3 min. Dell' istesso modo si può determinare il valore di qualunque altro rotto.

DEFINIZIONE III.

50. Si chiamano *Rotto vero* quello, che vale meno dell' unità, e *Rotto spurio* quello, che uguaglia l'unità, o vale più dell' unità.

Corollario.

51. Onde è rotto vero quello, che ha il numeratore minore del denominatore; e rotto spurio quello, che ha il numeratore uguale, o maggiore del denominatore.

DEFINIZIONE IV.

52. Ogni espressione numerica, che contrassegna una, o più parti di qualche rotto si dice *Rotto di rotto.* Similmente ogni espressione, che contrassegna una, o più parti d' un rotto, si chia-

ma *Rotto di rotto di rotto*; e così procedendo all'infinito.

Corollario.

53. Quindi se delle $^5/_7$ di miglio se ne vorranno prendere due terze parti, si scriverà $^2/_3$ di $^5/_7$ di miglio; e una sì fatta espressione si dirà rotto di rotto. Similmente se delle $^2/_3$ di $^5/_7$ di miglio se ne vorranno prendere quattro quinte parti, si scriverà $^4/_5$ di $^2/_3$ di $^5/_7$ di miglio, e sì fatta espressione si dirà rotto di rotto; e così procedendo all'infinito.

Avvertimento.

54. Si noti che pel calcolo de' rotti vi bisognano alcune riduzioni. Onde prima tratteremo di tali riduzioni, e poscia procederemo al detto calcolo.

LEMMA I.

55. *Non si muta il valore d' un rotto con moltiplicare sì il numeratore, che il denominatore per qualsivoglia numero intero.*

Dimostrazione.

Sia il rotto $^5/_7$ di miglio e si moltiplichi per 4 sì il numeratore, che il denominatore: Dico che il rotto $^{20}/_{28}$, che nasce, equivale a $^5/_7$.

Imperciocchè il denominatore disegna nel rotto $^{20}/_{28}$ l'unità divisa in 28 parti, e nel rotto $^5/_7$ l'istessa unità divisa in 7 parti. Dunque 4 di quelle vagliono per 1 di queste; e perciò 20 di quel-

le vagliono per 5 di queste. Sicchè i rotti $^{20}/_{28}$, e $^{8}/_{7}$ sono dell'istesso valore. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

LEMMA II.

56. *Non si muta il valore d' un rotto con dividere sì il numeratore, che il denominatorre per qualsisia numero intero, che sia esatto loro divisore.*

Dimostrazione.

Sia il rotto $^{25}/_{30}$ di miglio, e si divida per 5 sì il numeratore, che 'l denominatore. Dico che il rotto $^{5}/_{6}$, che nasce, equivale a $^{25}/_{30}$.

Imperciocchè il denominatore, disegna nel rotto $^{5}/_{6}$ l'unità divisa in 6 parti, e nel rotto $^{25}/_{30}$ l'istessa unità divisa in 30 parti. Dunque una di quelle parti vale per 5 di queste; e perciò 5 di quelle vagliono per 30 di queste. Sicchè i rotti $^{5}/_{6}$, e $^{25}/_{30}$ sono dell'istesso valore. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. X.

27. *Ridurre un rotto di rotto a rotto semplice dell' istesso valore.*

Soluzione.

Si moltiplichino insieme numeratore con numeratore, e denominatore con denominatore. Ciò, che s'avrà, sarà il rotto semplice cercato.

Esempio.

I. Sia $2/3$ di $4/5$. Sarà il rotto semplice equivalente $8/19$. II. Sia $3/5$ di $7/11$. Sarà il rotto semplice equivalente $21/55$.

Dimostrazione.

Essendo $4/5$ dell' istesso valore di $12/15$; sarà $2/3$ di $4/5$ l' istesso, che $2/3$ di $12/15$. Ma questo rotto di rotto $2/3$ di $12/15$ esprime che delle 12 parti dell' unità divisa in 15 se ne debbono prendere due terzi. Onde, essendo 4 un terzo di 12, esprimerà 8 i due terzi di 12. Dunque delle 15 parti dell' unità se ne debbono prendere 8, per avere il valore di $2/3$ di $12/15$, o sia $2/3$ di $4/5$. Sicchè $8/15$ è dell' istesso valore di $2/3$ di $4/5$. Similmente si dimostra, che $21/55$ è dell' istesso valore di $3/5$ di $7/21$, ec. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Corollario.

58. Essendo $2/3$ di $4/5$, equivalente $8/12$; sarà $5/7$ di $2/3$ di $4/5$ equivalente a $5/7$ di $8/15$ e per conseguenza a $40/105$. Sicchè un rotto di rotto di rotto si riduce a rotto semplice con moltiplicare insieme tutt' i numeratori, e con moltiplicare insieme tutt' i denominatori. L' istesso si trova procedendo innanzi.

PROBL. XI.

59. ***Ridurre un' intero a rotto, senza che perda il suo valore.***

Soluzione.

Due casi possono occorrere, o che non vi sia dato denominatore alcuno, o che vi sia dato un denominatore determinato. Nel

Caso I.

Il rotto, che avrà l' intero da ridursi per numeratore, e l' unità per denominatore, sarà il rotto cercato. Nel

Caso II.

Si moltiplichi l' intero da ridursi pel dato denominatore. Il rotto, che avrà il prodotto ritrovato per numeratore, e per denominatore il denominatore dato, sarà il rotto cercato.

Esempio

I. Sia da ridursi in rotto il 7, senza che vi sia dato denominatore alcuno. Sarà sì fatto rotto $7/_1$.
II. Sia da ridursi il 9 in rotto, che abbia per denominatore il 5. Essendo 45 il prodotto di 9 moltiplicato per 5; sarà il rotto cercato $^{45}/_5$.

Dimostrazione.

Imperciocchè 9 è dell' istesso valore di $^{9}/_{1}$ (§48), e conseguentemente dell' istesso rotto, moltiplicato per 5 sì il numeratore, che il denominatore, o sia del rotto $^{43}/$. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. XII.

60. *Ridurre un rotto spurio ad intero.*

Soluzione.

Si divida il numeratore pel denominatore. Il quoziente sarà l' intero, o l' intero col rotto vero. La ragione di ciò è chiara per la natura de' rotti.

Esempio.

I. Sia il rotto $^{15}/_{3}$, l' intero equivalente sarà 5, perchè 5 è il quoziente di 15 diviso per 3. II. Sia il rotto $^{37}/_{5}$, l' intero col rotto vero equivalente sarà 7 $^{2}/_{3}$; perchè 7 $^{2}/_{5}$ è il quoziente di 57 diviso pel 5.

PROBL. XIII.

61. *Ridurre rotti di denominatori diversi a rotti del medesimo denominatore, senza che si muti il loro valore.*

Soluzione

1. Si moltiplichi il numeratore di ciascun rotto per gli denominatori di tutti gli altri, e si notino i prodotti.

2. Si moltiplicano insieme tutt'i denominatori, e si noti pure il loro prodotto.

I rotti, che avranno per numeratori i prodotti primi, notati, e per denominatore comune l'altro prodotto notato, saranno i rotti cercati:

Esempio.

Sieno da ridursi all' istesso denominatore i rotti $^2/_3$, $^4/_5$, $^6/_7$. Essendo 70 il prodotto di 2 moltiplicato per 5 e 7, il numero 84 il prodotto del 4 moltiplicato per 3 e 7, il numero 90 quello del 6 moltiplicato per 3 e 5, e 'l numero 105 quello de' denominatori 3, 5, 7 moltiplicati insieme; saranno i rotti cercati $^{70}/_{105}$, $^{84}/_{105}$, $^{90}/_{105}$.

Dimostrazione.

Imperciocchè riducendosi i rotti $^2/_3$, $^4/_5$, $^6/_7$ all' istesso denominatore con moltiplicare sì il numeratore, che il denominatore di $^2/_3$ pel propotto di 5 per 7, di $^2/_3$ pel prodotto di 3 per 7, e di $^6/_7$ pel prodotto di 3 per 5; saranno i rotti $^{70}/_{105}$, $^{84}/_{105}$, $^{90}/_{105}$ dell' istesso valore de' rotti $^2/_3$, $^4/_5$, $^6/_7$ (§ 55). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Avvertimento I.

62. Si noti che col ridurre due rotti all' istesso denominatore si conosce quali di essi è il maggiore, e di quanto. Così de' rotti $^{3}/_{4}$, e $^{14}/_{19}$ di canna non si conosce qual'è il maggiore; ridotti però all'istesso denominatore divengono $^{57}/_{56}$, $^{56}/_{79}$; e tosto si conosce essere il primo di $^{1}/_{76}$ di canna maggiore dell' altro.

Avvertimento II.

63. Si noti ancora che, se il denominatore d' un rotto sarà divisore esatto del denominatore d' un' altro; la riduzione all' istesso denominatore di tali due rotti si potrà fare con maggiore facilità a questo modo. Si divida il denominatore maggiore pel minore; e pel quoziente si moltiplichi sì il numeratore, che il denominatore del rotto, che ha il denominatore minore. S' avrà in tal modo un rotto all' istesso denominatore dell' altro ridotto. Sieno per esempio i rotti $^{2}/_{3}$ e $^{7}/_{15}$ da ridursi all' istesso denominatore. Perchè 5 è il quoziente di 15 diviso per 3; si moltiplichi per 5 sì il numeratore, che il denominatore di $^{2}/_{3}$; si avrà il rotto $^{10}/_{15}$ dell' istesso denominatore di $^{7}/_{15}$.

Avvertimento III.

64. Esposte già fin qui le necessarie riduzioni de' rotti; procediamo ora al calcolo di essi.

PROBL. XIV.

65. ***Dati due, o più rotti sommarli insieme.***

Soluzione.

I. Se i *rotti* dati hanno l'istesso denominatore; si ritrovi allora la somma de' numeratori, e a sì fatta somma si soscriva il comune loro denominatore, il rotto, che s'avrà, sarà la somma cercata.

II. Se poi hanno denominatori diversi; si riducano prima all'istesso denominatore; e poscia si ritrovi la loro somma, come si è insegnato nel caso primo.

Esempio.

Rotti dati	*Ridotti all' istesso denom.*	*Somme*
$\frac{4}{13}$, $\frac{3}{13}$, $\frac{9}{13}$		$\frac{16}{13}$
$\frac{4}{9}$, $\frac{3}{7}$	$\frac{28}{63}$, $\frac{27}{63}$	$\frac{55}{63}$
$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$	$\frac{70}{105}$, $\frac{84}{105}$, $\frac{90}{105}$	$\frac{244}{105}$

Dimostrazione.

Contrassegnando i rotti dell' istesso denominatore parti della medesima grandezza; un rotto, che avrà per numeratore la somma de' numeratori di più di essi, e per denominatore il comune loro denominatore, contrassegnerà la somma delle parti da essi espresse. Onde un sì fatto rotto sarà la somma cercata. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Corollario

66. Essendo 3 uguale a $^{3}/_{4}$ (§ 48), ed essendo la somma di $^{3}/_{1}$ e $^{2}/_{7}$ uguale a $^{23}/_{7}$; sarà anche 3 $^{2}/_{3}$ uguale a $^{23}/_{7}$. Sicchè un intero unito con un rotto si riduce ad un rotto solo, moltiplicando prima l' intero pel denominatore del rotto; indi al prodotto aggiugnendo il numeratore del rotto; e finalmente soscrivendo alla somma il denominatore dell' istesso rotto.

Avvertimento.

67. Se saranno interi co' rotti da doversi sommare, si sommeranno prima i rotti, e poscia gl' interi; acciò se nella somma de' rotti sarà, compreso qualche intero, possa egli esser aggiunto a quella degli altri. Sieno per esempio. 7 $^{3}/_{4}$ e 5 $^{2}/_{3}$ da sommarsi. La somma de' rotti $^{3}/_{4}$ e $^{2}/_{3}$ è $^{17}/_{12}$, cioè $1\,^{5}/_{12}$, la somma degl' interi 7, e 5 è 12. Sicchè la somma di 7 $^{3}/_{4}$, e 5 $^{2}/_{3}$ è 13 $^{5}/_{12}$.

PROBL. XV.

68. *Sottrarre un rotto minore da un maggiore.*

Soluzione.

I. Se i rotti sono dell' istesso denominatore; del numeratore maggiore si sottragga il minore, e al residuo si soscriva il denominatore comune. Il rotto, che s' avrà, senza il residuo cercato.

II. Se poi i rotti hanno denominatori diversi; si riducano prima all' istesso denominatore, e poscia si faccia l' operazione, come nel caso primo.

Esempio.

$\frac{9}{11}$, $\frac{5}{11}$		$\frac{4}{11}$
$\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$	$\frac{40}{45}$ $\frac{36}{45}$	$\frac{4}{45}$
$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$	$\frac{6}{9}$ $\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

Dimostrazione.

Contrassegnando i rotti dell' istesso denominatore parti della medesima grandezza; un rotto, che ha per numeratore la differenza de' numeratori di due rotti, e per denominatore il comune loro denominatore, contrassegna la differenza, che v' è

tra 'l numero delle parti disegnate dal rotto maggiore, e 'l numero di quelle disegnate dal minore. Onde un sì fatto rotto è il residuo, che nasce, sottraendo il rotto minore dal maggiore. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

Corollario.

69. Quindi se dall' intero 5 si dovrà sottrarre il rotto $^7/_7$. Essendo il 5 uguale a 4 $^7/_7$ il residuo cercato sarà 4 $^4/_7$. Similmente se da 8 $^2/_{11}$ si dovrà sottrarre 3 $^5/_{11}$. Essendo 8 $^2/_{11}$ uguale a 7 $^{13}/_{11}$; sarà il residuo cercato 4 $^8/_{11}$.

PROBL. XVI.

70. *Moltiplicare un rotto per un' altro.*

Soluzione.

Si moltiplichino il numeratore pel numeratore; e 'l denominatore pel denominatore. Il rotto, che avrà il prodotto primo per numeratore e 'l prodotto secondo per denominatore, sarà il prodotto cercato.

Esempj.

Rotti dati	*Prodotti*
$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$	$\frac{15}{24}$
$\frac{7}{9}$, $\frac{3}{11}$	$\frac{35}{90}$
$\frac{4}{5}$, $\frac{3}{7}$	$\frac{12}{35}$

Dimostrazione.

Imperciocchè il moltiplicare $^3/$ per 5 è l' istesso, che prendere 5 volte le 3 parti dell' unità ch' è divisa in 4 parti; onde il prodotto di $^3/_4$ moltiplicato per 5 deve contenere 15 delle dette parti, e conseguentemente deve essere $^{15}/_4$. Il moltiplicare poi $^3/_4$ per $^5/_6$ è l' istesso, che moltiplicare $^3/_{14}$ per la sesta parte di 5. Sicchè il prodotto di $^3/_4$ moltiplicato per $^5/_6$ deve essere la sesta parte di $^{15}/_4$. Ma la sesta parte di $^{15}/_4$ è $^{15}/_{24}$ perchè, essendo una delle parti ventiquattresime d' una unità il sesto d' una delle parti quarte dell' istessa unità, 15 delle prime saranno anche il sesto di 15 delle seconde. Dunque il prodotto di $^3/_4$ per $^5/_6$ è $^{15}/_{24}$, cioè uguale ad un rotto, il cui numeratore è il prodotto de' numeratori dei fattori, e 'l denominatore è il prodotto de' denominatori de' medesimi fattori. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

7

Corollario.

71. Quindi se si moltiplicherà l' intero 15 pel rotto $^3/_7$, il prodotto sarà $^{45}/_7$, ovvero $6\ ^3/_7$ (§60). Se poi si dovrà moltiplicare $8\ ^3/_4$ per $5\ ^2/_3$; essendo $8\ ^3/_4$ uguale a $^{35}/_4$, e $5\ ^2/_3$ uguale a $^{17}/_3$ (§65.), il prodotto sarà $^{595}/_{12}$, ovvero $49\ ^7/_{12}$.

PROBL. XVII.

72. *Dividere un rotto per un' altro.*

Soluzione.

Si moltiplichi il dividendo pel divisore rovesciato, cioè pel divisore, in cui s'è mutato il numeratore in denominatore, e'l denominatore in numeratore. Il prodotto sarà il quoziente cercato.

Esempj.

Dividendi	*Divisori*	*Quozienti*
$\frac{3}{4}$,	$\frac{5}{9}$,	$\frac{27}{20}$
$\frac{3}{8}$,	$\frac{2}{5}$,	$\frac{15}{16}$
$\frac{10}{11}$,	$\frac{2}{9}$,	$\frac{90}{22}$

Dimostrazione.

Imperciocchè il dividere $^{3}/_{4}$ per 5 è l'istesso, che prendere il quinto delle 3 parti dell'unità divisa in 4 parti. Onde il quoziente di $^{3}/_{4}$ diviso per 5 dev' essere $^{3}/_{20}$. Il dividere poi $^{3}/_{4}$ per $^{5}/_{9}$ è l' istesso, che dividere $^{3}/_{4}$ per la nona parte di 5. Sicchè il quoziente di $^{3}/_{4}$ diviso per $^{5}/_{9}$ dev' essere nove volte il quoziente $^{3}/_{20}$, onde dev'essere $^{27}/_{20}$ e conseguentemente uguale al prodotto, che si ha, moltiplicando il dividendo pel divisore rovesciato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Corollario.

73. Quindi se si dovrà l' intero 5 dividere pel rotto $^{3}/_{4}$; essendo il 5 uguale $^{5}/_{1}$, il quoziente sarà $^{20}/_{3}$, ovvero 6 $^{2}/_{5}$. Se poi si dovrà dividere $^{4}/_{7}$ per l' intero 9; essendo il 9 uguale a $^{9}/_{1}$, sarà il quoziente $^{4}/_{63}$. Se finalmente si dovrà dividere 8 $^{2}/_{5}$ per 2 $^{5}/_{9}$, essendo 8 $^{2}/_{3}$ uguale a $^{26}/_{3}$, e 2 $^{3}/_{9}$ uguale a $^{23}/_{9}$ sarà il quoziente $^{234}/_{69}$, ovvero 3 $^{27}/_{69}$.

Avvertimento I.

74. Si noti che se nel sommare, sottrarre, moltiplicare, e dividere i rotti s' incontreranno rotti di rotti; si ridurranno prima cotali rotti a rotti semplici, e poscia si farà l' operazione, che si vorrà; del modo già insegnato. Sieno per esempio $^{2}/_{3}$ di $^{4}/_{5}$, e $^{3}/_{4}$ di $^{3}/_{7}$. Essendo $^{2}/_{3}$ di $^{4}/_{5}$ equivalente a $^{8}/_{15}$, e $^{1}/_{4}$ di $^{3}/_{7}$ equivalente a $^{3}/_{28}$; sarà la loro

somma $^{269}/_{420}$, il residuo $^{179}/_{420}$, il prodotto $^{24}/_{420}$, e'l quoziente $^{224}/_{45}$, ovvero $4\,^{44}/_{45}$.

Avvertimento II.

75. Si noti pure che de' rotti la somma, il residuo, il prodotto, e'l quoziente si conoscono, determinandone i loro valori del modo già detto nel § 49.

CAP. III.

Del calcolo de' numeri denominati.

DEFINIZIONE.

76. Si dicono *Numeri denominati* quelli, che costano d' unità della medesima spezie; ma di diversa grandezza, cioè d' unità tali, che una della spezie minore, presa certo numero di volte, può formare un' unità della spezie maggiore. Tali sono 8 canne, 5 palmi, 6 once, 4 minuti; similmente 12 ore, 17 minuti primi, 29 minuti secondi, ec.

Avvertimento.

77. I numeri denominati hanno luogo nel contrassegnare le monete, e le misure d' ogni nazione, le quali monete e misure, perchè fossero atte ad apprezzare, e misurare, sì le cose grandi, che le picciole, hanno ricevute più determinate divisioni, e suddivisioni. Per esempio la nostra canna

si divide in 8 palmi, il palmo in 12 once, l'oncia in 5 minuti. Similmente il nostro ducato si divide in 5 tarì, il tarì in 2 carlini, il carlino in 10 grana, e 'l grano in 12 cavalli. I Geometri dividono pure la periferia di qualunque cerchio in 360 gradi, il grado in 60 minuti primi, il minuto primo in 60 minuti secondi; e così procedendo all' infinito.

Corollario I.

78. Sicchè il dire 6 can., 5 pal., 7 onc., 4 min. è l' istesso, che dire 6 can., $^3/_8$ di can., $^7/_{12}$ di palm., o $^7/_{12}$ di $^1/_8$ di canna, $^4/_5$ di onc., o $^4/_5$ di $^1/_{12}$ di $^1/_8$ di can., ovvero 6 can., $^3/_8$ di can., $^7/_{96}$ di can., $^4/_{480}$ di can. E perciò i numeri denominati sono interi uniti co'rotti semplici, e co'rotti di retti, o interi uniti co' rotti di diversi denominatori li quali dinotano l'istessa unità divisa in parti di diverse grandezze. Ed ecco perchè sì fatti numeri si chiamano numeri denominati.

Corollario II.

79. Essendo in oltre 6 can., 5 pal., 7 onc., 4 min. uguali sì a can. 6 $^{219}/_{480}$ riducendo in una somma tutt' i rotti, che a 3099 minuti, riducendo ogni cosa alla unità della minima specie. È facile ad intendere che i numeri denominati si possono mettere a calcolo e come interi uniti co' rotti, e come semplici interi.

*

Avvertimento II.

80. L' uso però ha reso sì famigliare tra gli uomini le divisioni, e suddivisioni delle misure, e monete, che se qualche lunghezza è 6 can., 3 pal., 7 onc., 4 min., esprimendola in sì fatto modo, si comprende con chiarezza la sua grandezza; laddove esprimendola con can. 6 $^{210}/_{480}$, o con 3099 min., non si comprende la sua grandezza, se non quando si determina il valore del rotto $^{210}/_{480}$ in pal., once, e min., o dagli min. 3099 si ricavano le canne, i palmi, e le once, e i minuti, che racchiudono. Quindi nel calcolo delle misure, e monete, per conservare la chiarezza nell' espressioni, è necessario adoperare i numeri denominati, come interi, senza far uso de' denominatori; bastando solo, che si sappiano dal calcolatore. Intanto come si debbono i numeri denominati in sì fatto modo calcolare, è appunto ciò, che qui insegneremo.

Avvertimento III.

81. Si noti finalmente che i numeri esprimenti i gradi si distinguono con un zero posto su di essi a destra, e che i numeri esprimenti, minuti primi, e minuti secondi sì di gradi, che di tempo distinguono, quelli con una virgoletta, e questi con due, poste pure su di essi dalla parte destra. Così 3°, $42^{\prime}$, $57^{\prime\prime}$ dinota 3 gradi, 42 minuti palmi, e 57 minuti secondi. Similmente $18^{or.}$, $25^{\prime}$ $18^{\prime\prime}$ dinota 18 ore, 25 minuti primi, e 18 minuti secondi; però questi sono minuti primi e secondi di tempo, e quelli di grado.

PROBL. XVIII.

82. *Sommare i numeri denominati, che si rapportano alla medesima unità, e procedono coll' istessa legge di divisione e suddivisione.*

Soluzione.

1. Si scrivano i numeri denominati l' uno sotto l'altro in modo, che sieno tra loro corrispondenti quei della medesima spezie; e sotto tutti si tiri una linea.

2. Si ritrovino separatamente, e successivamente le somme de' numeri di ciascuna spezie, principiando da que' della spezie minima; e si notino sotto la linea in corrispondenza della spezie, à cui appartengono. Però se qualcuna di cotali somme conterrà una, o più unità della spezie prossimamente maggiore, si serberanno si fatte unità per la somma seguente, e si noterà sotto la linea il solo avanzo.

Ciò, che s' avrà, sarà la somma cercata.

Esempio I.

	125$^{can.}$	. 6$^{pal.}$	. 8$^{onc.}$	. 4$^{min.}$
	323	. 4	. 9	. 3
	86	. 7	. 11	. 0
	21	. 2	. 7	. 4
	36	. 5	. 10	. 2
Som.	594	. 3	. 11	. 5

Spiegazione.

I. *La somma de' minuti è 13, cioè 2 onc., e 3 min. Si scriva dunque 3 in corrispondenza de' minuti, e le 2 onc. si serbino per la somma seguente.* II. *La somma delle once colle 2 della somma precedente è 47, cioè 3 pal., e 11 onc. Onde si scriva 11 in corrispondenza delle once. e i 3 pal. si serbino per la somma, che segue.* III. *La somma de' palmi colli 3 della somma precedente è 27, cioè 3 can., e 3 pal. Dunque si scriva 3 in corrispondenza de' palmi, e le 3 canne si serbino per la somma seguente.* IV. *La somma delle canne colle 3 della somma precedente è 594. Sicchè si scriva 594 in corrispondenza delle canne; e sarà la somma cercata 594 can. 3 pal., 11 onc., 3 min.*

Esempio I.

	56gior.	22or.	46l.	39ll.
	84	13	35	54
	431	8	29	44
	93	7	14	25
	37	10	55	53
	19	17	45	35
Som.	715	8	48	11

Spiegazione.

I. *La somma delle unità de' minuti secondi è 31; onde si scriva 1 in corrispondenza delle unità, e le 3 decine si serbino per la somma delle decine.* II. *La somma delle decine de' minuti secondi colle 3 della somma precedente è 25, cioè* 4^{I}, *e una decina di minuti secondi; perchè 6 decine di minuti secondi, ovvero* 60^{II} *fanno* 1^{I}. *Sicchè si scriva 1 in corrispondenza delle decine de' secondi, e i* 4^{I} *si serbino per la somma seguente.* III. *La somma delle unità de' minuti primi colli 4 della somma precedente è 38. Onde si scriva 8 in corrispondenza delle unità de' minuti primi, e le 3 decine si serbino per la somma seguente.* IV. *La somma delle decine de' minuti primi, una colle 3 della somma precedente è 22; cioè 3 or., e 4 decine di minuti primi; perchè 6 decine di minuti primi, ovvero* 60^{I} *fanno 1 or. Sicchè si scriva 4 in corrispondenza delle decine de' minuti primi, e le 3 or. si serbino per la somma seguente.* V. *La somma delle ore colle 3 della somma precedente è 80 cioè 3 giorni, e 8 ore. Si scriva perciò 8, in corrispondenza delle ore, e i 3 giorni si serbino per la somma de' giorni.* VI. *La somma de' giorni colli 3 della somma precedente è 713. Si scriva dunque 713 in corrispondenza de' giorni; e s' avrà la somma cercata 713 gior. 8 or.* 48^{I} 11^{II}.

Esempio III.

143$^{due.}$	4$^{tar.}$	1$^{car.}$	6$^{gr.}$	9$^{cav.}$
21	3	0	5	11
14	1	1	9	5
43	3	1	5	10
396	3	0	9	6
Som. 619	4	0	7	5

Esempio IV.

43°	47'	56''
21	31	18
8	9	51
17	54	26
37	49	59
Som. 129°	13	30

PROBL. XIX.

83. *Dati due numeri denominati disuguali, che si rapportano alla medesima unità, e procedono colla medesima legge di divisione; e suddivisione, sottrarre il minore dal maggiore.*

Soluzione.

1. Si scriva il minore sott' il maggiore, come nell' addizione; e sott' il minore si tiri una linea.
2. Si facciano successivamente tante sottrazioni particolari, quante sono le spezie diverse, principiando

da que' della spezie minima; e i residui si notino sotto la linea in corrispondenza delle spezie, alle quali appartengono. Intanto se accade che dal numero d' una spezie non si possa togliere il suo corrispondente; si tolga allora dall' istesso numero, accresciuto di tante unità, quante ne contiene di tale spezie un' unità della spezie prossimamente maggiore; però in tale caso bisogna considerare la spezie prossimamente maggiore d' una unità diminuita.

Ciò, che s' avrà, sarà il residuo cercato.

Esempio I.

	145 can.	5 pal.	4 onc.	2 min.
	98	6	9	3 sott.
Resid.	46	6	6	4

Spiegazione.

I. *Da 2 minuti non se ne possono togliere 3 s' accrescano quelli d' un oncia, ovvero di min. 5; e, da 7 minuti sottratti i 3, il residuo 4 si noti sotto la linea in corrispondenza de' minuti.* II. *Da 4 onc., diminuite d' una, o sia da 3 onc. non se ne possono togliere 9; s' accrescano le 3 onc. d' un palmo, ovvero di 12 onc.; e, da 35 once sottratte le 9, il residuo 6 si noti sotto la linea in corrispondenza delle once.* III. *Da 5 pal., diminuito d' uno, o sia da 4 pal. non se ne possono togliere 6; s' accrescono quelli d' una canna, o di 8 pal.; e, da 12 pal. toltine i 6, il residuo 6*

si noti sotto la linea in corrispondenza de' palmi. IV. *Finalmente da 145 can. , diminuite d'una , o sia da 144 can. si tolgano can. 98 , il residuo 46 si noti sotto la linea in corrispondenza delle canne. S'avrà in sì fatto modo il residuo cercato 46 can. 6 pal. 6 onc. 4 min.*

Esempio II.

	83 gior.	.	12 or.	.	25 1.	.	31 11.
	47	.	22	.	47	.	53 sott.
Resid.	35	.	13	.	37	.	38

Spiegazione.

I. *Da 1 non si può togliere il 3 ; onde si tolga il 3 da 11 , e 'l residuo 8 si scriva sotto la linea.* II. *Dal 2 non si può togliere il 5 ; s' accresca il 2 di 6 , che tanto vale 1 ^{1} in questo luogo ; e 'l residuo 3 si scriva sotto la linea.* III. *Dal 4 non si può togliere il 7 ; onde si tolga il 7 dal 14 ; e 'l residuo 7 si scriva sotto la linea.* IV. *Da 1 non si può togliere il 4 , s' accresca l' 1 del 6 , che tanto vale 1 or. in questo luogo ; e 'l 4 si tolga dal 7 , e 'l residuo 3 si noti sotto la linea.* V. *Dalle 11 or. non se ne possono togliere le 22 ; s' aggiunga alle 11 or. un giorno , o 24 or. ; e da 35 or. si tolgano le 22 ; e 'l residuo 13 si noti sotto la linea.* VI. *Finalmente da 82 gior. si tolgano gior. 47 ; e 'l residuo 35 si noti sotto la linea. S' avrà in tal modo il residuo cercato 35 gior. 13 or. 37 ^{1} 38 ^{11}.*

Esempio III.

	$142^{duc.}$	$2^{tar.}$	$1^{car.}$	$3^{gr.}$	$5^{cav.}$
	93	4	1	7	9 sott.
Resid.	48	2	1	3	8

Esempio IV.

	15°	171	36^{1}
	7	29	49 sott.
Resid.	7	47	47

PROBL. XX.

82. *Moltiplicare qualsisia numero denominato per qualunque numero intero.*

Soluzione.

Pel numero intero si moltiplichino prima il numero esprimente le unità della minima spezie, e poscia gli altri coll' ordine, secondo il quale procedono. I prodotti particolari si scrivano separatamente sotto la linea in corrispondenza delle spezie, alle quali appartengono. Però se qualcuno di essi giugnerà a formare una, o più unità del prodotto seguente, s' aggiugneranno elleno a sì fatto prodotto e sotto la linea si scriverà solamente l' avanzo.

Ciò, che s' avrà, sarà il prodotto cercato.

Esempio I.

	18 can.	5 pal.	7 onc.	4 min.
				8 molt.
Prod.	149	5	2	2

Spiegazione.

I. *Gli 4 min., otto volte presi, fanno 32 min., cioè 6 onc.; e 2 min. Perciò si scriva sotto la linea il 2 in corrispondenza de' minuti, e le 6 onc. si serbino pel prodotto seguente.* II. *Le 7 onc. otto volte prese, una colle 6 onc. del prodotto precedente fanno 62 onc., ovvero 5 pal., e 2 onc. Sicchè si scriva 2 sotto la linea in corrispondenza delle once, e i 5 pal., si serbino pel prodotto seguente.* III. *Gli 5 pal. 8 volte presi, una colli 5 pal. del prodotto precedente fanno 45 pal. ovvero 5 can., e 5 pal. Perciò si scriva il 5 sotto la linea in corrispondenza de' palmi, e le 5 can. si serbino pel prodotto seguente.* IV. *Finalmente la 18 can., otto volte prese, una colle 5 can. del prodotto precedente fanno 149 can. Sicchè si scriva sotto la linea in corrispondenza delle canne il numero 149. S' avrà in tal modo il prodotto cercato 149 can. 5 pal. 2 onc. 2 min.*

Esempio II.

	17$^{gior.}$	. 13$^{or.}$	. 21^{I}	. 53^{II}
				5 molt.
Prod.	87	. 18	. 49	. 25

Spiegazione.

I. *Il prodotto di 3 moltiplicato per 5 è 15. Sicchè si scriva il 5 sotto la linea, e la decina si serbi nel prodotto seguente.* II. *Il prodotto di 5 moltiplicato per 5 è 25; onde, aggiuntavi al 25 una unità, per la decina del prodotto precedente, si hanno 26 decine, o 4^{I}, e 2 decine di secondi; perciò si scriva 2 sotto la linea, e i 4^{I} si serbino nel prodotto seguente.* III. *Il prodotto di 1 per 5 è 5; onde, aggiuntivi al 5 i 4^{I} avuti nel prodotto precedente, si ha 9, che si scriva sotto la linea.* IV. *Il prodotto di 2 moltiplicato per 5 è 10, cioè 1 or., e 4 decine di minuti primi. Onde si scriva 4 sotto la linea, e l' ora si serbi pel prodotto seguente.* V. *Il prodotto di 13 moltiplicato per 5 è 65. S' aggiunga al 65 un' unità, per l' ora avuta nel prodotto precedente, si hanno 66 or., cioè 2 gior., e 18 or. Perciò si scriva 18 sotto la linea, e i giorni 2 si serbino pel prodotto seguente.* VI. *Il prodotto di 17 moltiplicato per 5 è 85. S' aggiunga all' 85 il 2, per il 2 gior. del prodotto antecedente, si ha 87; onde si scriva sotto la linea 87. S' avrà in tal modo il prodotto cercato 87 gior. 18 or. 49^{I} 25^{II}.*

Esempio III.

45duc.	. 2tar.	. 1car.	. 8gr.	. 8cav.
				13 molt.
Prod. 592	. 5	. 0	. 2	. 8

Esempio IV.

2750	. 361	. 4311
		14 molt.
Prod. 3858	. 34	. 2

PROBL. XXI.

85. *Dividere qualsisia numero denominato pel qualunque numero intero.*

Soluzione.

Pel numero intero si divida prima quello, ch' esprime le unità della massima grandezza; e poscia si dividano gli altri successivamente, secondo l' ordine, che procedono. I quozienti particolari si scrivano sotto la linea separatamente: però se qualche divisione avrà residuo, s' aggiugnerà egli al numero, che si dovrà immediatamente dividere, ridotto prima alle unità del medesimo numero. Ciò, che s' avrà, sarà il quoziente cercato.

Esempio I.

Divid.	$97^{can.}$	. $6^{pal.}$	. $8^{onc.}$	. $33^{min.}$
Divis.	7			
Quoz.	$13^{can.}$	. $7^{pal.}$	. $9^{onc.}$	. $4^{min.}$

Spiegazione.

I. *La settima parte di 97 can. è 13 can., e il residuo è 6 can., o 48 pal. li quali, aggiunti alli 6 pal. fanno 54 pal.* II. *La settima parte di 54 pal. è 7 pal. e 'l residuo è 5 pal., o 60 onc., le quali, aggiunte alle 8 onc., fanno 68 onc.* III. *La settima parte di 68 onc. è 9 onc., e 'l residuo è 5 onc., o 25 min., li quali aggiunti agli 3 min., fanno 28 min.* IV. *Finalmente la settima parte di 28 min. è 4 min., e il residuo è 0. Sicchè il quoziente cercato è 13 can. 7 pal. 9 onc. 4 min.*

Esempio. II.

Divid.	$3^{goir.}$	. $12^{or.}$	. 43^{I}	. 27^{II}
Divis.	47			
Quoz.	$0^{gior.}$	. $1^{or.}$	. 48^{I}	. 9^{II}

Spiegazione.

I. *I 3 gior. non si possono dividere per 47. Si riducano dunque i 3 gior. in ore, e ad esse s' aggiungano le 12 or.; s' avranno 84 or.; le quali, divise per 47, danno per quoziente 1 or.,*

e per residuo 37 or. II. *Si riducano le 37 or. in minuti primi, e ad essi s' aggiungano li* 43^{1} *; s' avranno* 2263^{1} *li quali, divisi per 47, danno per quoziente* 48^{1}*, e per residuo* 7^{1}. III. *Si riducano i* 7^{1} *in minuti secondi, e ad essi s' aggiungano il* 27^{11}*; s' avranno* 447^{11}*, li quali, divisi in 47, danno per quoziente* 9^{11}*, e per residuo* 24^{11}*. Sicchè il quoziente cercato sarà o gior. 1 or.* 48^{1}*,* 9^{11}*, tralasciando* $^{24}/_{41}$ *di secondo, come minuzia di non tenerne conto.*

Esempio III.

Divid.	$73^{duc.}$	$2^{tar.}$	$0^{car.}$	$7^{gr.}$	$5^{cav.}$
Divis.		14			
Quoz.	$5^{duc.}$	$1^{tar.}$	$0^{car.}$	$4^{gr.}$	$9^{cav.}$

Esempio IV.

Divid.	13°	27^{1}	49^{11}
Divis.	3236		
Quoz.	0°	0^{1}	14^{11}

CAP. IV.

Del calcolo dei rotti decimali.

DEFINIZIONE.

84. Si dicano *rotti decimali* que'rotti, che hanno per denominatori i numeri 10, 100, 1000, 10000, ec.; come $^{1}/_{10}$, $^{2}/_{10}$, $^{3}/_{10}$ ec., $^{1}/_{100}$, $^{2}/_{100}$, $^{5}/_{100}$, ec., $^{1}/_{1000}$, $^{2}/_{1000}$, $^{3}/_{1000}$, ec.

Corollario I.

87. Contrassegnando dell' unità i rotti $^1/_{10}$, $^2/_{10}$ $^3/_{10}$ ec. parti decime, i rotti $^1/_{100}$, $^2/_{100}$, $^3/_{100}$, ec. parti centesime, i rotti $^1/_{1000}$ $^2/_{1000}$ $^3/_{1000}$, ec. parti millesime, ec.; è chiaro che siccome $^1/_{10}$, $^2/_{10}$ $^3/_{10}$, ec. sono decimali per rispetto dell' unità, così $^1/_{100}$, $^2/_{100}$, $^3/_{100}$, ec. sono decimali per rispetto $^1/_{10}$, $^2/_{10}$, $^3/_{10}$, ec., e $^1/_{1000}$, $^2/_{1000}$, $^3/_{1000}$, ec.; e così precedendo all' infinito. Quindi s' intende perchè ogni rotto, che ha per denominatore uno de' numeri 10, 100, 1000, 10000, ec., si chiama rotto decimale. S' intende altresì che i rotti $^1/_{10}$, $^2/_{10}$, $^3/_{10}$, ec. sono decimali semplici, che i rotti $^1/_{100}$, $^2/_{100}$, $^3/_{100}$, ec. sono decimali di decimali, che $^1/_{1000}$, $^2/_{1000}$, $^3/_{1000}$, ec. sono decimali di decimali e così precedendo all' infinito.

Corollario II.

88. Andando in ogni numero composto i caratteri crescendo per decine da destra a sinistra: è chiar che del numeratore di qualunque rotto decimale il primo carattere, ch' è destra, disegna parti dell' unità, dinotate dal denominatore; il carattere secondo disegna decine di sì fatte parti, e conseguentemente parti dell' unità, che dinota l' istesso denominatore, diminuito d' un zero; il carattere terzo disegna centinaja delle parti dell' unità, che dinota il denominatore intero, e conseguentemente disegna parti dell' unità che dinota l' istesso denominatore, diminuito di due zeri; e così procedendo innanzi.

Corollario III.

89. Quindi, se nel numeratore d'un rotto decimale vi saranno tanti caratteri, quanti saranno i zeri nel denominatore, disegneranno l'ultimo carattere del numeratore parti decime dell'unità, il penultimo parti centesime, l' antepenultimo parti millesime; e così procedendo innanzi. Così nel rotto $^{2345}/_{10000}$ dinotano il 2 parti decime dell'unità, il 3 parti centesime, il 4 parti millesime, e'l 5 parti diecimillesime. Se poi vi saranno più caratteri nel numeratore, che zeri nel denominatore; i caratteri, che vi saranno di più denoteranno interi. Così il rotto $^{34}/_{10}$ equivale a $3\ ^{4}/_{10}$; il rotto $^{2374}/_{100}$ equivale a $23\ ^{74}/_{100}$. Se finalmente il numero de' zeri del denominatore eccederà quello de' caratteri del numeratore di 1, o di 2, o di 3, ec. unità; mancheranno allora nel rotto le parti decime, o le decime, e centesime, o le decime, centesime, e millesime, ec. Onde, se sì fatti caratteri mancanti saranno suppliti co' zeri, si potrà allora ogni rotto decimale scrivere senza denominatore, e trattare come intero; perchè è già noto in tal modo che, procedendo da sinistra a destra, il primo carattere disegna parti decime, il secondo centesime, il terzo millesime e così procedendo innanzi.

Avvertimento.

90. Si noti che appresso scriveremo sempre i decimali senza i loro denominatori, e che, per distinguerli dagl'interi metteremo sempre tra l'intero, e'l rotto decimale un punto; anzi, se non vi sarà intero alcuno, metteremo in suo luogo un zero. Così in vece di $135 \, ^{4678}/_{100000}$ scriveremo 135 4678; in vece di $243 \, ^{53}/_{1000000}$ scriveremo 243 0.00053, aggiungendovi dopo il punto quattro zeri, per denotare che mancano le parti decime, centesime, millesime, e diecimillesime; e in vece di $^{4554}/_{1000000}$ scriveremo 0.003554, ec.

Corollario IV.

91. Per profferire dunque qualunque rotto decimale bisogna supporvi sempre un denominatore decimale con tanti zeri, quanti sono i caratteri del rotto da profferire. Onde il rotto 0.02345 si profferisce dicendo: *duemila trecento quarantacinque centomillesime*, essendo 100000 il denominatore da supporvi.

Corollario V.

92. In oltre, se gli caratteri di qualunque decimale, per esempio di 0.23, s'aggiugneranno uno o più zeri a destra; il rotto, che nascerà, 0.230, ovvero 0.2300, ec. sarà dell'istesso valore del primo; perchè sempre conterrà due decimi, e tre centesimi. Quindi agli caratteri di qualunque

decimale, senza cambiarne il valore, si possono a destra aggiugnere quanti zeri si vogliono.

Corollario VI.

93. Finalmente crescendo per ragion di luogo i caratteri decimali da destra a sinistra per decine, e continuandosi una sì fatta ragione di crescere e procedendo dalli decimali agl' interi: è chiaro che si possono come interi calcolare e i soli decimali, e gl' interi uniti co' decimali.

PROBL. XXII.

94. *Sommare più numeri, che sieno o interi uniti con decimali, o pure decimali.*

Soluzione.

1. Si scrivano i numeri l' uno sotto l' altro in modo, che corrispondano negl' interi, se vi sono, le unità alle unità, le decine alle decine, le centinaja alle centinaja, ec., e ne' decimali le parti decime alle decime, le centesime alle centesime, le millesime alle millesime, ec.

2. Si faccia l' addizione, come se i numeri fossero puri interi.

La somma, che s' avrà, messo il punto a sinistra del carattere, che si nota, per la somma delle parti decime, la somma cercata.

Esempio I.

	432	.	936859
	25	.	7483
	146	.	12421
	7	.	0024
	34	.	27
Som.	646	.	081769.

Esempio II.

	0	.	21
	0	.	4798
	0	.	8375
	0	.	598
Som.	2	.	1253

PROBL. XXIII.

95. *Sottrarre un numero minore da un maggiore, qualora sì fatti numeri sono o interi uniti co' rotti decimali, o puri decimali.*

Soluzione.

Si scriva prima il numero minore sotto al maggiore, come nell' addizione; e indi si faccia la sottrazione, come se fossero puri interi.

Soluzione.

Si faccia la moltiplicazione, come se i numeri fossero puri interi. Il prodotto, che s' avrà, separatine tanti caratteri decimali quanti ve ne saranno in ambidue i fattori, sarà il prodotto cercato.

Esempio I.

```
           32  .  437
            4  .   23  molt.
           ─────────────
               97371
              64914
            129828.
Prodot.    ─────────────────
            137   .   29311
```

Esempio II.

```
        0.  000056
                43 molt.
            ───────────
               168
             . 224
Prod.   0.  002408.
```

Esempio III.

	o.	0485
	o.	0086 molt.
		2910
		3810
Prodott.	o.	00041710.

Dimostrazione.

Imperciocchè il moltiplicare 3 25 per esempio per 2 181, essendo 3 25 uguale a $^{325}/_{100}$, e 2 181 uguale a $^{2181}/_{1000}$, è l'istesso che moltiplicare $^{125}/_{100}$ per $^{2181}/_{1000}$. Onde il prodotto deve essere il rotto, che ha per numeratore ciò, che nasce, moltiplicando 325 per 2181, e per denominatore ciò che nasce, moltiplicando 100 per 1000, o sia 10000. Per la qual cosa il prodotto deve essere il numero, che nasce, moltiplicando 3 25 per 2 181, come se fossero puri interi, seperatine tanti caratteri decimali, quanti ve ne sono ne' fattori. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. XXV.

97. *Dati due numeri, che sieno ambidue interi uniti con decimali, o uno di essi sia intero, e l' altro decimale puro, o unito con intero, dividere uno di essi per l' altro.*

Soluzione.

1. Si faccia la divisione, come se il dì vedendo, e 'l divisore fossero ambidue puri interi.

2. Si separino dal quoziente tanti caratteri decimali, quanti ne dinota l' eccesso del numero, che di essi ne contiene il dividendo, sopra quello, che ne contiene il divisore.

3. Se un sì fatto ecceso uno si ha, o il quoziente uno è esatto; s' aggiungano allora de' zeri a destra de' decimali del dividendo, o si mettano de' zeri ne' luoghi de' caratteri decimali; se nel dividendo mancano, e si prosiegua innanzi la divisione; finchè, fatta nel quoziente la separazione de' caratteri decimali del modo già detto, si conosca d' essersi giunto a parti sì picciole, che di altre più picciole di esse non è da tenerne conto.

Ciò che si ha, è il quoziente esatto, e il quoziente, che si può prendere per l' esatto senza errore sensibile.

Esempio I.

	Divid.	137 . 29311
		.....
		1269
Divis.	4.23	1039
Quoz.	32.457	846
		1933
		1692
		2411
		2115
		2961
		2961
		0000

Esempio II.

	Divid.	o. 000853750
		.....
		75
		103
		75
Divis.	o . 00075	287
Quoz.	1 . 1383	225
		625
		600
		250
		225
		25

Esempio III.

```
               Divid. 531 . 0000000
                             .......
                       518
                       ---
                       130
                        74
                       ---
Divis.  0 074          560
Quoz.   7175 . 6756    518
                       ---
                       420
                       370
                       ---
                       500
                       444
                       ---
                       560
                       518
                       ---
                       420
                       370
                       ---
                       500
                       444
                       ---
                        56
```

Dimostrazione.

Imperciocchè il dividere per esempio 3 1456 per 2 18, essendo 3 1456 uguale a $^{31456}/_{10000}$, e conseguentemente a $^{314560}/_{100000}$, o a $^{3145600}/_{1000000}$, ec., e 2 18 uguale a $^{218}/_{100}$ è l' istesso che dividere $^{31456}/_{10000}$, o $^{314560}/_{100000}$, o $^{3145600}/_{1000000}$, ec. per $^{218}/_{100}$. Onde il quoziente deve essere quello, che nasce, dividendo 31456, o 314560, o

5145600, ec. per 218, seperatine tanti caratteri decimali, quanti ne dinota l' eccesso del numero de' zeri del denominatore 10000, o 100000, o 1000000, ec. sul numero de' zeri del denominatore 100, o quanti ne dinota l' eccesso del numero de' caratteri decimali del dividendo, su quello de' caratteri decimali del divisore. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Avvertimento I.

98. Si noti che nelle divisioni de' decimali si tralascia sempre l' ultimo residuo, quand' occorre, come s' è fatto nel secondo, e terzo esempio; purchè si prosegua tanto innanzi la divisione, aggiugnendovi prima quanti zeri aggiugner conviene al dividendo, che l' errore del quoziente ritrovato dal vero sia da non doverne tener conto. Il che si deve regolare, secondo la grandezza dell' unità, a cui si riferiscono i decimali del quoziente.

Corollario.

99. Se il numeratore di qualunque rotto comune si dividerà pel suo denominatore, aggiugnendovi prima ne' luoghi de' decimali del dividendo quanti zeri si stimerà conveniente; si avrà in tal modo il rotto comune trasformato in rotto decimale. Così $^2/_3$ si riduce a 0. 66666. Similmente $^3/_{583}$ si riduce a 0. 00514.

Avvertimento II.

100. Si noti che, avendo insegnato sì il modo di ridurre ogni rotto di rotto a rotto semplice, che il modo di ridurre ogni rotto semplice a rotto decimale, s' è nel tempo istesso insegnato il modo di fare il calcolo delle grandezze co' soli interi, e co' rotti decimali, che si trattano pure come interi; e così evitare la noja di mettere a calcolo i rotti comuni. De' decimali si fa uso grande nelle scienze matematiche, e niente nel calcolo delle monete e misure, pel motivo addotto, quando s' è parlato de' numeri denominati.

CAP. V.

Delle composizioni del Quadrato, e del Cubo de' numeri, e delle radici quadrate, e cubiche.

DEFINIZIONE I.

101. Si dice *Quadrato* d' un numero il prodotto, che si ha, moltiplicando sì fatto numero per se medesimo. Si dice poi *Cubo* d' un numero il prodotto, che nasce, moltiplicando l' istesso numero pel suo quadrato.

Così del 2 il quadrato è il 4, perchè il 2 moltiplicato pel due dà il 4; il Cubo poi è 8 perchè il due moltiplicato pel suo quadrato 4 dà l' 8.

DEFINIZIONE II.

102. Ogni numero per rispetto del suo quadrato si dice *Radice quadrata*, e per rispetto del suo cubo si chiama *Radice cubica*.

Così il due per rispetto del suo quadrato 4 si dice radice quadrata, e per rispetto del suo cubo 8 si chiama radice cubica.

DEFINIZIONE III.

103. *L'innalzare un numero a quadrato, o a cubo* è l'istesso, che ritrovare di sì fatto numero il suo quadrato, o il suo cubo. Similmente *l'estrarre da un numero la radice quadrata, o cubica* è l'istesso, che ritrovare di sì fatto numero la sua radice quadrata, o cubica.

Avvertimento I.

104. Ancorchè sia cosa facile l'innalzare qualunque numero a quadrato, e a cubo; perchè a quadrato s'innalza moltiplicandolo per se stesso, e a cubo moltiplicandolo pel suo quadrato: nondimeno l'estrarre da qualunque numero la sua radice quadrata, o cubica non è cosa sì agevole; anzi non si può intendere il come si deve procedere in sì fatte operazioni, se prima non si ha una perfetta conoscenza delle composizioni del quadrato, e del cubo, e dalla disposizione delle loro parti componenti. Perciò, per procedere con chiarezza, in questo capo esaminaremo le composizioni del quadrato, e del cubo, e la disposizione delle lo-

ro parti compenenti, e nel capo seguente tratteremo del modo d'estrarre da qualunque numero la radice sì quadrata, che cubica.

Avvertimento II.

105. Si noti che l'esame delle dette composizioni soppone che far sì sappiano i quadrati, e i cubi de' numeri semplici coll' ajuto della moltiplicazione. Così de' numeri semplici 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, i quadrati sono 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, e i cubi 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729. E si noti altresì, che sapendo fare i quadrati, e i cubi de' numeri semplici, si sanno fare ancora i quadrati, e i cubi de' numeri composti da un solo carattere significativo, e da' zeri. Poichè il quadrato d' un sì fatto numero si ha aggiugnendo al quadrato del carattere significativo il doppio de' zeri, che ha il numero, e 'l cubo aggiugnendo il cubo del carattere significativo il triplo de' medesimi zeri. Così, essendo del 2 il quadrato 4, e 'l cubo 8, sarà del 300 il quadrato 40000, e 'l cubo 8000000.

Avvertimento III.

106. Si noti finalmente che appresso faremo sempre uso, per spiegarci con brevità, di tre segni; cioè del segno =, che s'esprime col vocabolo, *uguale*, e dinota essere il numero, che lo procede, uguale a quello, che 'l segue; del segno +, che s'esprime col vocabolo *più* e dinota essere i numeri, tra' quali s' intramette, insieme sommati; e finalmente del seguo +, che dinota che

i numeri, tra quali si trova, si debbono intendere insieme moltiplicati. Così con 8 + 2 si noterà la somma di 8 e 2; con 8 + 2 = 10 si noterà che la somma di 8 e 2 è uguale a 10; con 5 + 3 si noterà che il 5 si deve moltiplicare per 3. Premesse tutte queste cose, venghiamo alla composizione del quadrato.

Lemma.

107. *Il quadrato d'un numero diviso in due parti è uguale alla somma de' quadrati delle due parti, una col prodotto del doppio d'una moltiplicato per l'altra.*

Dimostrazione.

Sia il 7 diviso nelle parti 5 e 2. E perchè il 7, preso 7 volte, è eguale al 7, preso 5 volte, unito col 7 preso 2 volte. Dunque 7+7=7+5+7+2. È in oltre il 5, preso 7 volte, uguale al 5 preso 5 volte, unito col 5 preso 2 volte; e 'l 2 preso 7 volte è uguale al 2 preso 5 volte, unito col 2 preso 2 volte. Sicchè il prodotto del 7 moltiplicato per 7 è uguale alla somma de' prodotti, che nascono moltiplicando 5 per 5, 5 per 2, 5 per 2, e 2 per 2. Per la qual cosa il quadrato del 7 è uguale alla somma de' quadrati delle sue parti 5 2, una col prodotto delle istesse parti, due volte preso, ovvero col prodotto del doppio d'una moltiplicato per l'altra. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Corollario I.

108. Essendo 1 il quadrato di 1 e'l prodotto di un numero moltiplicato per 1 l'istesso numero; è facile a intendere che, se al quadrato d'un numero s'aggiunga il doppio dell'istesso numero, e 1 di più si ha il quadrato del numero seguente. Così al 49, quadrato di 7, aggiuntovi il 14, doppio del 7, e 1 di più, si ha 64 quadrato dell'8.

Corollario II.

109. Quindi, se si vuole una tavola, che contenghi i quadrati di tutti gl'interi, che si hanno fino a 1000, o fino a qualunque altro numero maggiore di 1000, per avere i quadrati di più numeri pronti nel bisogno; si può ella facilmente costruire colla semplice addizione. Imperciocchè, tralasciati i quadrati de' numeri semplici, che si hanno colla moltiplicazione facilmente, se al quadrato del 10, ch'è 100, s'aggiungano il 20, doppio del 10, e 1 di più s'avrà 121, quadrato dell'11. Similmente, se a 121 s'aggiungono 22, doppio di 11, e 1 di più, s'avrà 144, quadrato del 12. Sicchè, procedendo innanzi a questo modo, s'avrà la detta tavola.

PROBL. XXVI.

110. *Esaminare la composizione del quadrato di qualunque numero composto, e la disposizione delle sue parti.*

Soluzione.

1. Sia il numero composto da due caratteri, per esempio il 34. Si divida egli ne' valori locali de' caratteri componenti, cioè in 30, e 4; s'avrà il quadrato del 34 unendo in una somma il quadrato del 30, il prodotto del doppio di 30 moltiplicato per 4, e'l quadrato di 4; cioè unendo in una somma i tre seguenti prodotti.

$$\begin{array}{rcr} 30 + 30 & = & 900 \\ 60 + 4 & = & 240 \\ 4 + 4 & = & 16 \\ \hline \textit{Somma} & = & 1156 \end{array}$$

E perciò il quadrato di 34 s'avrà unendo in una somma il 9, quadrato del 3, il 24, prodotto del doppio di 3 moltiplicato per 4, e'l 16, quadrato del 4; scritti però l'uno sotto l'altro, in modo, che il seguente avanzi sempre il precedente d'un luogo a destra, come qui sotto fatto si vede.

$$\begin{array}{lr} & 9 \\ & 24 \\ & 16 \\ \hline \textit{Somma} & 1156 \end{array}$$

2. Sia in oltre il numero composto da tre caratteri, per esempio il 342. Si divida egli nelle due parti 340, e 4; s'avrà il quadrato di 342 unendo in una somma il quadrato di 340, il prodotto del doppio di 340 moltiplicato per 2,

e 'l quadrato del 2; cioè unendo in una somma i tre seguenti prodotti

$$340 + 340 = 115600$$
$$680 + 2 = 1360$$
$$2 + 2 = 4$$
Somma $= 116964$;

o pure unendo in una somma i cinque prodotti, che seguono

$$300 + 300 = 90000$$
$$600 + 40 = 24000$$
$$40 + 40 = 1600$$
$$680 + 2 = 1360$$
$$2 + 2 = 4$$
Somma $= 116964$.

E perciò il quadrato di 342 s' avrà unendo in una somma il 9, quadrato del 3, il 24, prodotto del doppio del 3 moltiplicato per 4, il 16; quadrato del 4, il 136, prodotto del doppio di 34 moltiplicato per 2 e 'l 4, quadrato del 2: scritti però l' uno sotto l' altro in modo, che il seguente avanzi sempre il precedente d' un luogo a destra, come fatto si vede qui sotto.

```
9
 24
  16
  136
    4
Somma 116964.
```

*

Dell' istesso modo procedendo si trova che il quadrato di 3425, cioè 11730625, si ha unendo in una somma il 9 quadrato del 3, il 24, prodotto del doppio di 3 moltiplicato per 4, il 16 quadrato del 4, il 156, prodotto del doppio di quadrato del 4, il 136, prodotto del doppio di 34 moltiplicato per 2, il 4, quadrato del 3420, prodotto del doppio di 342 moltiplicato per 5, e 'l 25 quadrato del 5; scritti pure l' uno sotto l'altro in guisa, che il seguente avanzi sempre il precedente d' un luogo a destra, come qui sotto fatto si vede; e così precedendo innanzi.

```
            9
            24
             16
             156
               4
             3420
                25
 Somma  11730625.
```

È chiaro dunque il modo d'innalzare a quadrato qualunque numero composto. Ed è chiaro altresì che se i caratteri di qualunque quadrato, per esempio i caratteri di 11730625, quadrato di 3425, si divideranno a due a due; procedendo da destra a sinistra, e ogni classe, dall'ultima in fuori, che può avere anche un solo carattere, si metterà tra due virgole, come fatto si vede quì sotto

.11, 73, 06, 25;

si conoscerà delle parti del quadrato la giusta disposizione; la quale disposizione consiste in ciò, che i quadrati de' numeri 3, 34, 341, 3425 cioè

d' uno, di due, di tre, di quattro caratteri della radice sono contenuti rispettivamente ne' caratteri del quadrato, che giungono fino a quelli inclusivamente, che sono a sinistra della prima, della seconda, della terza, della quarta virgola, e che i doppj prodotti fatti da 3 per 4, da 34 per 2, da 342 per 5 sono contenuti rispettivamente ne' caratteri dal quadrato, che giungono fino a quelli inclusivamente, che sono a destra delle medesime dette virgole. Il che ci fa anche conoscere essere il numero de' caratteri della radice, quadrato è quello delle classi, nelle quali il quadrato viene diviso.

Corollario I.

111. Quindi, se il numero da innalzare a quadrato è un rotto, come $^{32}/_{45}$ per esempio; perchè si deve moltiplicare $^{32}/_{45}$ per $^{32}/_{45}$ per avere sì fatto quadrato; s' avrà egli ritrovando separatamente 1024, quadrato del numeratore 32, e 2025, quadrato del denominatore 45. Onde sarà $^{1024}/_{2025}$ il quadrato di $^{32}/_{45}$.

Corollario II.

112. Se poi sarà un' intero unito con un rotto, come 13 $^{2}/_{3}$; s' avrà il suo quadrato unendo in una somma il 169, quadrato del 13, il 17 $^{1}/_{3}$, prodotto del doppio del 13 moltiplicao per $^{2}/_{3}$, e $^{4}/_{9}$, quadrato di $^{2}/_{3}$, onde sarà 186 $^{7}/_{9}$ il quadrato di 13 $^{2}/_{3}$.

Corollario III.

113. Se finalmente sarà rotto decimale, intero unito con un rotto decimale; il suo quadrato si troverà considerando il numero, come puro intero: però nel quadrato si debbono poi distinguere tanti caratteri decimali, quanti ne disegna il numero, che ne contiene la radice, due volte preso. Così il quadrato di 25 è 625; onde il quadrato di 0 25 sarà 0 0625. Similmente, il quadrato di 1095 è 1199025; onde il quadrato di 10 95 sarà 119 9025.

Lemma.

114. *Il cubo d'un numero diviso in due parti è uguale alla somma de' cubi delle parti, una col triplo del quadrato della prima moltiplicato per seconda, e una col triplo del quadrato della seconda, moltiplicato per la prima.*

Dimostrazione.

Sia per esempio il 7 diviso nelle parti 5, e 2. Essendo il quadrato del 7, cioè 7+7 uguale alla somma de' prodotti, che si hanno con moltiplicare 5 per 5, 5 per 2, 5 per 2, e 2 per 2; sarà il cubo del 7, cioè 7+7 +7 uguale alla somma dei prodotti, che nascono, moltiplicando 5 per 5 e per 7, 5 per 2 e per 7. Ma sono 5+5 + 7 = 5+5+5 + 3+5 +2, 5+2 + 7= 5+5 +2 +

2 + 2 + 2. Dunque il cubo di 7, cioè 7 + 7 + 7 è uguale alla somma de' prodotti, che si hanno con moltiplicare 5 per 5 e per 5, 5 per 5 e per 2, 5 per 5 e per 2, 5 per 5 e per 2, 5 per 2 e per 2, 5 per 2 e per 2, 5 per 2 e per 2, e 2 per 2 e per 2. Per la qual cosa il cubo d' un numero diviso in due parti è uguale, ec. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Corollario I.

115. Essendo il cubo di 1 = 1; ed essendo il prodotto di qualunque numero moltiplicato per l' unità l' istesso numero, che si moltiplica; se al cubo d'un numero s' aggiugnerà il triplo del suo quadrato, il triplo dell' istesso numero, e 1 di più; il numero, che nascerà, sarà cubo del numero seguente. Così all' 8, cubo di 2, aggiunti il 12, triplo del quadrato di 2, il 6, tripli del 2, e 1 di più, si ha il 27 cubo del 3.

Corollario II.

118. Quindi, se si vuole una tavola, che contenghi i cubi di tutti gl' interi, che si hanno fino a 1000, o a qualunque altro numero maggiore, per avere i cubi di più numeri pronti nel bisogno; si può ella facilmente costruire. Imperciochè, tralasciati i cubi de' numeri semplici, che si hanno facilmente colla moltiplicazione, se al cubo del 10, ch' è 1002, s' aggiungono il 300, triplo del quadrato di 10, il 30, triplo del 10, e 1 di più, s' avrà 1331, cubo di 11. Similmente se a 1331 s' aggiungono il 363 triplo del quadrato di 11, il

33, triplo di 11, e 1 di più; s'avrà 1728, cubo di 12. Onde procedendo innanzi a questo modo, s'avrà detta tavola.

PROBL. XXVII.

117. *Esaminare la composizione del cubo di qualunque numero composto, e le disposizioni delle sue parti.*

Soluzione.

1. Sia il numero composto da due caratteri, per esempio il 34. Si divida egli ne' valori locali dei caratteri componenti, cioè in 30, e 4; s'avrà il cubo di 34 unendo in una somma il cubo di 30, il triplo del quadrato di 30 moltiplicato per 4 il triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 30, e il cubo di 4; cioè unendo in una somma i seguenti prodotti.

30+30 + 30	=	27000
2700 + 4	=	10800
48 + 30	=	1440
4+4 + 4	=	64
Somma	=	39304

E perciò il cubo di 34 s'avrà unendo in una somma il 27, cubo di 3, il 108, triplo del quadrato di 3 moltiplicato per 4, il 144, triplo del quadro di 4 moltiplicato per 3 e 'l 64, cubo di 4; scritti però l'uno sotto l'altro in modo, che il seguente avanzi sempre il precedente di un luogo a destra, come qui sotto fatto si vede.

27
108
144
64

Somma 39304.

2. Sia in oltre il numero composto da tre caratteri, per esempio il 342. Si divida nelle due parti 340, e 2; s' avrà il cubo di 342, unendo in una somma il cubo di 340, il triplo del quadrato di 340 moltiplicato per 2, il triplo del quadrato del 2 moltiplicato per 340, e 'l cubo del 2; cioè unendo in una somma i seguenti prodotti.

340+340 + 340 =	39304000
346800 + 2 =	693600
12 + 340 =	4080
2 + 2 + 2 =	8
Somma =	40001088;

o pure unendo in una somma i sette seguenti prodotti:

300+300 + 300 =	27000000
270000 + 40 =	10800000
4800 + 300 =	1440000
40+40 + 40 =	64000
346800 + 2 =	693600
12 + 340 =	4080
2 + 2 + 2 =	8
Somma =	40001688.

E perciò il cubo di 342 s' avrà unendo in una somma il 27, cubo del 3, il 108, triplo del quadrato del moltiplicato per 4, il 144, triplo del quadrato del 4 moltiplicato per 3, il 64, cubo del 4, il 6936, triplo del quadrato di 34 moltiplicato per 2, il 408, triplo del quadrato del 2 moltiplicato per 34, e l' 8, cubo del 2; scritti però l' uno sotto l' altro in modo, che 'l seguente avanzi sempre il precedente di un luogo a destra, come qui sotto fatto si vede.

```
        27
        108
         144
           64
          6936
            408
              8
Somma   40001688
```

Dell' istesso modo precedendo si trova che il cubo di 3425, cioè 40177390625, si ha unendo in una somma il 27, cubo del 3, il 108, triplo del quadrato di 3 moltiplicato per 4, il 144, triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 3, il 64, cubo del 4, il 6936, triplo del quadrato di 34 moltiplicato per 2, il 408, triplo del quadrato del 2 moltiplicato per 34, l' 8, cubo del 2, il 1754460, triplo del quadrato di 342 moltiplicato per 5, il 25650, triplo del quadrato di 5 moltiplicato per 342, e 'l 125, cubo del 5; scritti pure l' uno sotto l' altro in guisa, che 'l seguente avanzi sempre il precedente d' un luogo a destra,

come qui sotto si vede fatto; e così procedendo innanzi

27
108
144
64
6936
408
8
1754460
25650
125

Somma 40177390625.

È chiaro dunque il modo d'innalzare a cubo qualunque numero composto. Ed è chiaro altresì che, se i caratteri di qualunque cubo, per esempio i caratteri di 40177390625, cubo di 3425; si divideranno a tre a tre, procedendo da destra a sinistra, e ogni classe, dall' ultima in fuori, che può contenere minor numero di caratteri delle altre si metterà tra due virgole, come fatto si vede qui sotto;

40, 177, 390, 625,

si conoscerà delle parti del cubo la giusta disposizione; la quale disposizione consiste in ciò, che i cubi de' numeri 3, 34, 342, 3425, cioè di uno, di due, di tre, di quattro de' caratteri della radice sono contenuti rispettivamente ne' caratteri del cubo, che giungono fino a quelli inclusivamente, che sono a sinistra della prima, della seconda, della terza, della quarta virgola; e che i tripli de' prodotti fatti dal quadrato del 3 moltiplicato per 4, dal quadrato del 34 moltiplicato

per 2, dal quadrato di 342 moltiplicato per 5, sono contenuti rispettivamente ne' caratteri del cubo, che giungono fino a quelli inclusivamente, che sono a destra delle medesime virgole. Il che ci fa anche conoscere essere il numero de' caratteri della radice, quant' è quello delle classi, nelle quali il cubo viene diviso.

Corollario I.

118. Quindi se il numero da innalzare a cubo sarà un rotto, come $^{15}/_{17}$; si avrà sì fatto cubo ritrovando separatamente li 3375, cubo di 15 e'l 4913, cubo del 17; onde sarà $^{3375}/_{4913}$ il cubo di $^{15}/_{17}$.

Corollario II.

119. Se poi sarà un' intero unito con rotto; come 12 $^{2}/_{3}$ s' avrà allora il suo cubo unendo in una somma il 1728, cubo del 12, il 288, triplo del quadrato di 13 moltiplicato per $^{2}/_{3}$, il 16, triplo del quadrato di $^{3}/_{3}$ moltiplicato per 12 e $^{8}/_{27}$, cubo di $^{2}/_{3}$. Sicchè il cubo di 12 è = 2032 $^{8}/_{27}$.

Corollario III.

120. Se finalmente sarà rotto decimale, o intero unito con un rotto decimale; il suo cubo s' avrà considerando il numero, come puro intero: però nel cubo si debbono poi distingnere tanti caratteri decimali, quanti ne disegna il numero, che ne contiene la radice, tre volte preso. Così il cubo di 25 è 15625; onde il cubo di 0. 25 sarà 0. 015625. Similmente il cubo di 32 è 32768; onde il cubo di 3. 2 sarà 32. 768;

Corollario Generale.

121. Sicchè, se si avrà di qualunque numero; per esempio di 3425, il quadrato, o 'l cubo, dividendo sì fatto quadrato, o cubo in classi, secondo s' è detto; il numero delle classi denoterà il numero de' caratteri della radice quadrati, o cubica: l' ultima classe racchiuderà il quadrato, o 'l cubo dell' ultimo carattere 3 della radice; e, se da tale classe si toglierà il quadrato, o il cubo del 3, il residuo, postoli a destra l'ultimo carattere della penultima classe, conterrà il prodotto del doppio del moltiplicato per 4, o del triplo del quadrato del 3 moltiplicato pure per 4. Similmente le due ultime classi racchiuderanno il quadrato, o 'l cubo del 34; e, se da tali classi si toglierà il quadrato, e 'l cubo del 34, il residuo, postoli a destra l' ultimo carattere dell' antepenultima classe, conterrà il prodotto del doppio di 34 moltiplicato per 2, o del triplo del quadrato di 34 moltiplicato pure per 2. Così ancora le tre ultime classi conterranno il quadrato, o il cubo di 342, e, se da tali classi si toglierà il quadrato, o il cubo di 342, il residuo, postoli a destra l' ultimo carattere dell' altra classe, che segue, conterrà il prodotto del doppio di 342 moltiplicato per 5, o del triplo del quadrato di 342 moltiplicato pure per 5. Finalmente le quattro classi conterranno il quadrato, o 'l cubo di tutta la radice 3425; e così procedendo innanzi, se la radice sarà composta da più caratteri.

Avvertimento.

122. Si noti che, ancorchè ogni numero si possa innalzare a quadrato, o cubo; non ogni numero però è quadrato, o cubo d' altro numero. Così de' numeri 1, 2, 3, 4, ec. i quadrati sono 1, 4, 9, 16, ec. Onde gl' interi, che tramezzano tra questi quadrati, non sono quadrato d' altri interi, non essendovi interi, che tramezzano tra 1, 2, 3, 4, ec.; anzi neppure sono quadrati di numeri composti da interi, e rotti: perchè i quadrati di cotali numeri non sono mai puri interi, ma sempre composti da interi, e rotti, come è manifesto per gli esempj addotti. Sicchè de' numeri altri sono quadrati, e cubi d' altri numeri, e altri no; e perciò altri hanno radice quadrate, e cubiche vere e esatte, e altri non ne hanno punto. Intanto, non potendosi de' numeri, che non sono quadrati, e cubi d' altri, avere radici quadrate, e cubiche vere o esatte, si prendono di essi per radici quadrate, e cubiche quelle de' quadrati, e cubi, che il più di tutti loro s' avvicinano, senza eccederli; e sì fatte radici si dicono *radici prossime*. Così del 7, che non a radice quadrato esatta, si prende per radice prossima il 2; perchè il quadrato del 2 è il 4 ch' è il più che s' avvicina al 7, senza eccederlo. Similmente del 38 la radice cubica prossima è il 3; perchè il cubo del 3 è il cubo, che più s' avvicina al 38 senza eccederlo. Però le radici prossime si possono coll' ajuto de' decimali approssimare alle vere a segno, che l' errore divenghi finalmente, assai poco sensibile. Per la qual cosa è necessario insengnare non solamante il modo d' estrarre

da qualunque numero sì intero, che rotto la radice quadrata, e cubica, esatta o prossima ch' ella sia; ma benanche il modo di rendere via più prossime alle vere quelle, che non sono esatte. Perciò sia il

CAP. VI.

Dell' estrazioni delle radici quadrate, e cubiche.

PROBL. XXVIII.

123. *Da un numero intero qualunque dato estrarre la radice sì quadrata, che cubica.*

Soluzione.

Due casi possono occorrere; o i caratteri del numero, di cui si vuole la radice, non sono più di due, se si tratta della radice quadrata, o più di tre, se si tratta della radice cubica, o oltrepassano tali numeri. Nel

Caso 1.

Il numero semplice, il cui quadrato, o cubo è uguale al numero dato, o è sì prossimo, che 'l quadrato, o cubo del numero prossimamente maggiore eccede l' istesso numero dato, è la radice vera, o la prossima cercata. Nel

Caso II.

Si divida il numero dato, procedendo da destra a sinistra, in classi, ognuna delle quali contenghi due caratteri, se si cerca la radice quadrata, o tre, se si cerca la cubica, eccetto l' ultima, che dee contenerne quanti ne avanzano dalle altre classi intere; e tra una classe, e l' altra si metta una virgola. Il numero delle classi disegnerà il numero de' caratteri della radice cercata (§ 121). Per avere poi i caratteri della radice, si proceda, come segue; cioè

Per avere l' ultimo.

S' estragga la radice quadrata, o cubica, che si desidera, dall' ultima classe, come se altre classi non vi fossero. Una sì fatta radice sarà l' ultimo de' caratteri della radice cercata.

Per avere il penultimo.

1. S' innalzi il carattere ritrovato a quadrato, o cubo, secondochè si cerca la radice quadrata, o cubica; e sì fatto quadrato, o cubo si sottragga dall' ultima classe, e si noti il residuo.

2. A destra del residuo ritrovato si scriva l' ultimo carattere della penultima classe; e si ha un numero, che per chiarezza chiamo il *primo dividendo*.

3. Si moltiplichi per 2 il carattere ritrovato, o per 3 il suo quadrato, secondochè si cerca la radice quadrata, o cubica; e 'l prodotto, che per

chiarezza chiamo il *primo divisore*, si scriva a sinistra del primo dividendo.

4. Si divida primo dividendo pel primo divisore. Il quoziente sarà il penultimo carattere della radice, se il quadrato, o 'l cubo del numero composto dal carattere ultimo della radice, già prima ritrovato, e del quoziente avuto si potrà sottrarre dalle due ultime classi del numero dato: altrimenti si diminuirà il detto quoziente d' una, o più unità, finchè il quadrato, o cubo del numero composto dall' ultimo carattere della radice, e dal quoziente diminuito si potrà sottrarre dalle dette due ultime classi. Il quoziente così diminuito sarà il carattere penultimo della radice cercata.

Per avere l' altro carattere.

1. S' innalzi il numero composto dagli due caratteri ritrovati a quadrato, o cubo; secondochè si cerca la radice quadrata, o cubica e sì fatto quadrato, o cubo si sottragga dalle due ultime classi del numero dato; e si noti il residuo.

2. A destra di sì fatto residuo si scriva l' ultimo carattere della classe, che segue a destra le due ultime; e si ha un numero, che per chiarezza chiamo il *secondo dividendo*.

3. Si moltiplichi per 2 il numero composto dalli due caratteri ritrovati della radice, o per 3 il suo quadrato, secondochè si cerca la radice quadrato, o cubica; e 'l prodotto, che per chiarezza chiamo *secondo divisore*, si scriva a sinistra del secondo dividendo.

4. Si divida il secondo dividendo pel secondo divisore. Il quoziente sarà il carattere cercato del-

la radice, se il quadrato, o il cubo del numero composto dalli due primi caratteri della radice, già ritrovati, e dal quoziente avuto nella seconda divisione si potrà sottrarre dalle tre ultime classi del numero dato: altrimenti si diminuirà il detto quoziente d'una, o più unità, finchè il quadrato, o cubo del numero composto dalli due ultimi caratteri, già prima ritrovati, della radice, e dal quoziente diminuito si potrà sottrarre dalle dette ultime tre classi. Il quoziente così diminuito sarà l'altro carattere della radice cercata.

Dell'istesso modo procedendo innanzi si troveranno successivamente gli altri caratteri della radice, se da più sarà ella composta; e sarà esatta la radice, o prossima, se, innalzata a quadrato, o cubo, s'avrà l'istesso numero dato, è un numero minore del dato.

La ragione di ciò è chiara pel § 121.

Esempio I.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 5394 9025.

	53,94,90,25	Radice (7345)
	49	
14	= 49	
	5329	
146	= 669	
	538756	
1468	= 7342	
	53 94 90 25	
	00 00 00 00	

Spiegazione.

I. *Si divida il numero in quattro classi, ognuna di due caratteri.* II. *S' estragga dalla quarta classe, cioè dal 53, la sua radice quadrata prossima 7; sarà il 7 il quarto carattere della radice cercata, che si noterà nel luogo della radice.* III. *Sotto il 53 si scriva 49, quadrato del 7; e, fattane la sottrazione, si noti il residuo 4, e a destra del 4 si scriva il 9, secondo carattere della terza classe, per avere il primo dividendo 49.* IV. *A sinistra del primo dividendo si scriva il primo divisore 14, prodotto del 7 moltiplicato pel 2; e diviso il 49 per 14, il quoziente 3 si noti a destra del 7 nella radice.* V. *Sotto il 49 si scriva 5329, quadrato del 73, e si sottragga dalle due ultime classi, cioè da 5394; e a*

destra del residuo 85 si scriva il 9, secondo carattere della seconda classe, per avere il dividendo secondo 659. VI. *A sinistra del dividendo secondo si noti il secondo divisore 146, prodotto del 73 moltiplicato per 2; e divisi il secondo dividendo pel secondo divisore, il quoziente 4 si noti a destra del 73 della radice.* VII. *Sotto il 659 si scriva 53876, quadrato del 734, e si sottragga dalle tre ultime classi, cioè da 539490, e a destra del residuo 734 si per avere il terzo dividendo.* VIII. *A sinistra del terzo dividendo si scriva il terzo divisore 1468, prodotto del 734 moltiplicato per 2; e diviso il terzo dividendo pel terzo divisore, il quoziente 5 si noti a destra del 734 nella radice.* IX. *Finalmente si scriva sotto il 742, il 5394025, quadrato di 7345, e si sottragga dall' intero numero dato; e perchè il residuo è nullo, sarà 7345 la radice esatta del numero 53949025.*

Esempio II.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 7540028.

	7,55,00,28	Radice (2745)
	4	
	35	
4	729	
	= 250	
54	75076	
	= 3242	
548	7535045	
	= 5003	

Fatta l' operazione, come nell' esempio precedente, si trova di 7540028 la radice prossima essere 2745, e 'l residuo 5003.

Esempio III.

Sia da estrarsi la radice cubica da 1215, 54216.

```
     | 129,554,216 | Radice ( 506 )
     | 125         |
     |------------ |
   75|  45         |
     | 125000      |
     |------------ |
 7500|  45542      |
     |129554216    |
     |------------ |
     |000 000 000  |
```

Spiegazione.

I. ***Si divida il numero composto in classi, procedendo da destra a sinistra, e ognuno sia di tre caratteri.*** II. *S' estragga dall' ultima* ***classe 129 la radice cubica 5, e si noti nel luogo della radice il 5.*** III. ***Si*** *scriva sotto 129* ***il 125, cubo dal 5, e si sottragga; e a destra del residuo 4 si noti il 5,*** *terzo carattere della seconda classe, per avere il primo dividendo 45.* IV. *A sinistra del dividendo 45 si noti il primo divisore 75, prodotto* ***del*** *quadrato della* ***radice 5 moltiplicato per 3; e diviso il primo dividendo 45 pel primo divisore 75, il quoziente zero si noti nelle radice a destra del 5,*** V. ***Sotto il 45 si scriva 125000, cubo del 50, e si sottragga*** *dalle due ultime classi, cioè da* ***129554; e da destra del residuo 4554 si scri-***

va il 2, e terzo carattere della prima classe, per avere il secondo dividendo. VI. A sinistra del secondo dividendo si scriva il secondo divisore 7500, prodotto del quadrato di 50 moltiplicato per 3; e, fattane la divisione, il quoziente 6 si noti nella radice a destra del 50. VII. Finalmente, sotto il 45542 si scriva 129554216, cubo del 506, e si sottragga dall'intero numero proposto. Il residuo zero dinota essere 506 le radice cubica esatta, che si cerca.

Esempio IV.

Sia da estrarsi la radice cubica da 69580210.

	69,580,210	Radice (411)
	64	
	= 55	
48	26891	
	= 6592	
5043	69426531	
	= 153679	

Fatta l' operazione, come nell' esempio precedente, si trova di 69590210 la radice cubica prossima essere 411, e'l residuo 153679.

PROBL. XXIX.

124. *Da un rotto vero estrarre la radice quadrata, e cubica.*

Soluzione.

O il rotto è rotto decimale, o no. Nel

Caso I.

1. Si divida il rotto dato, come se fosse intero, nelle classi, nelle quali dividere si deve; procedendo però da sinistra a destra: e se l' ultima classe a destra non avrà tutt' i caratteri, che convengono a ognuna di esse, si suppliscano co' zeri i caratteri mancanti.

2. S'estragga la radice quadrata, o cubica, che si vuole, come se il numero fosse intero.

La radice, che s' avrà, assignandole tanti caratteri decimali, quanti ne disegnano le classi, nelle quali è stato diviso il rotto, sarà la radice cercata. Nel

Caso II.

S' estragga la radice cercata sì dal numeratore, che dal denominatore. Il rotto, formato da sì fatte radici, sarà il rotto cercato. O pure, se il rotto non è quadrato, o cubo, si riduca egli prima nel rotto decimale, e poscia se ne determini la radice, che si vuole, come nel caso primo.

Esempio I.

Sia estrarsi la radice quadrata da 0. 00002601.

	0.00,00,26,01	Radice (0 0051)
	25	
	10	
10	2601	
	0000	

Esempio II.

Sia da estrarsi la radice cubica da 0.0000635158.

	0.000, 063, 515,800	Radice (0.0398)
27	27	
	365	
	59319	
	= 41968	
4563	63044792	
	= 471008	

Esempio III.

Sia da estrarsi la radice quadrata da $^{25}/_{169}$.
Essendo le radici quadrate di 25 = 5, e di 169 = 13; sarà la radice quadrata di $^{25}/_{169} = {}^{5}/_{13}$.

Esempio IV.

Sia da estrarsi la radice quadrata da $^2/_3$.

Non essendo $^2/_3$ un quadrato, si riduca al rotto decimale o. 66. E perchè la radice quadrata prossimale di o. 66. è = o. 8; perciò la radice quadrata prossima di $^2/_3$ sarà o. 8.

Corollario.

125. Essendo $^2/_3$ = o.666666 a un di presso, la cui radice quadrata prossima è o. 816; sarà anche o. 816 la radice quadrata di $^2/_3$, ch'è più prossima alla vera della precedente. Sicchè quant'è maggiore il numero il numero de' caratteri decimali, ne' quali si riduce il rotto, tanto più prossima alla vera è la radice, che se n'estrae. È chiaro dunque il modo di rendere la radice prossima d'un rotto vero più, e più prossima alla vera coll'ajuto de' decimali. Ed è chiaro altresì che la radice prossima d'un rotto decimale si può rendere sempre più prossima alla vera, con aggiungere de' zeri al rotto, e continuare l'estrazione, finchè l'errore divenghi insensibile.

PROBL. XXX.

126. ***Rendere qualsivoglia radice quadrata, o cubica prossima d'un intero alla vera più prossima coll' ajuto de' decimali.***

Soluzione.

Estratta già la radice prossima cercata dal numero dato del modo insegnato, si segua innanzi l'operazione; aggiugnendovi prima al numero dato, nel luogo de' caratteri decimali, tante altre classi, composte da zeri, quanto ne dinotano i caratteri decimali, che si vogliono aggiugnere alla radice ritrovata, per renderla alla vera più prossima. La radice, che s'avrà, sarà alla vera più prossima, e tanto più prossima, quanto maggiore sarà il numero de' suoi caratteri decimali ritrovati.

Esempio I.

Sia da trovarsi la radice quadrata prossima di 345, e renderla alla vera più prossima.

	3,45,00,00,00	Radice (18. 574)
	1	
2	24	
	324	
36	=21.0	
	432.25	
370	=2 750	
	3448449	
3714	= 0 15510	
	344.993476	
	0.006525	

Esempio II.

Sia da ritrovarsi la radice cubica prossima 21, e renderla alla vera più prossima.

	12.000,000,000	Radice (2. 758)
	8	
12	13. 0	
	19. 685	
21.87	= 1.3170	
	20. 796875	
22.6875	0. 2031250	
	20. 978903512	
	0. 021096488	

PROBL. XXXI.

127. *Estrarre la radice quadrata, o cubica da qualunque intero unito con qualsisia rotto.*

Soluzione.

O il rotto è rotto decimale, o no. Nel

Caso I.

1. Si divida in classi del modo già insegnato sì l'intero, che il rotto; però in quello si proceda da destra a sinistra, e in questo da sinistra a destra; e se l'ultima classe del rotto non avrà tutt' i caratteri necessarj, si suppliscano co' zeri i caratteri mancanti.

2. S'estragga la radice cercata, come se il numero fosse tutt' intero.

La radice ritrovata, separatine tanti caratteri decimali, quanti ne disegnano le classi distinte nel rotto, sarà la radice cercata; la quale radice, se sarà prossima, si potrà rendere di vantaggio più prossima del modo già insegnato. Nel

Caso II.

Si riduca prima l' intera, e 'l rotto a un solo rotto; e poscia s'estragga la radice cercata sì dal numeratore, che dal denominatore, se saranno quadrati, o cubi perfetti. Il rotto, che nascerà da sì fatte radici, sarà la radice cercata. Se poi l' intero, e 'l rotto non sono quadrati, o cubi perfetti; si riduca prima il rotto a rotto decimale; e poscia dall' intero unito col rotto decimale s'estragga la radice cercata, come s'è detto nel caso primo.

Esempio I.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 137. 254.

	1,37.25,40	Radice (11. 71)
	1	
2	03	
	121	
22	=162	
	136. 89	
23.4	= 0. 346	
	137. 1241	
	= 0.12,99	

Esempio II.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 5980 $^4/_9$.

Essendo 5980 $^4/_9$ = $^{53614}/_9$; ed essendo la radici quadrata di 53824 = 232, e di 9 = 3; sarà la radice quadrata di 5980 $^4/_9$ = $^{232}/_9$ = 77 $^1/_3$

Esempio III.

Sia da estrarsi la radice cubica da 17 $^3/_7$.

Non essendo 17 $^3/_7$ numero cubico; si riduca prima a 17. 428571, e poscia si operi, come quì sotto.

	17.428,571	Radice (2. 59)
	8	
12	9.4	
	15. 625	
18.75	1. 8035	
	17.373979	
	0.054592	

Avvertimento.

128. Esposto fin quì il calcolo aritmetico, ragion vuole che si tratti ora del suo uso. Intanto, perchè l' uso del detto calcolo non si può intendere, senza prima sapere la dottrina delle ragioni, e proporzioni, prima esporremo la dottrina delle ragioni, e proporzioni, per quanto l' uso del calcolo aritmetico esige, e poscia verremo al al detto uso.

CAP. VII.

Delle Ragioni, e Proporzioni.

Definizione I.

129. *Ragione* si dice il paragone di due grandezze dell' istesso genere, fatto circa la loro quantità. Le due grandezze si dicono in generale *termini* della ragione; e ispezialità si dicono la prima *Antecedente*, e l' altra *Conseguente*.

Avvertimento I.

130. Si noti che, contrassegnandosi nell' Aritmetica le grandezze co' numeri, la ragione di due grandezze in Aritmetica si esprime paragonando i numeri, che le contrassegnano. E si noti altresì che tra l' antecedente, e 'l conseguente d' ogni ragione s' intramettono due punti. Così, se due grandezze dell' istesso genere vengono contrassegnate da 6 e 2, si dirà essere la loro ragione di 6 : 2, cioè di 6 a 2. L' antecedente di questa ragione è il 6; e 'l conseguente il 2.

Avvertimento II.

131. Si noti ancora che in due maniere due grandezze omogenee si possono paragonare circa la loro grandezza, o osservando quante volte l' una contiene l' altra, o osservando di quanto l' una avanza l' altra. Quindi è derivata la distinzione della ragione in *Ragione geometrica*, e in *Ragione aritmetica*.

Definizione II.

132. La ragione si dice *Geometrica*, se le grandezze si paragonano osservando quante volte l' antecedente contiene il conseguente; si dice poi *Aritmetica*, se il paragone si fa osservando di quanto l' antecedente eccede il conseguente.

Definizione III.

133. *Quantità*, *Esponente*, o *Denominatore* della ragione si dice nella geometrica il numero, ch' esprime quante volte l'antecedente contiene il conseguente, e nell' aritmetica la differenza del conseguente dall' antecedente.

Così se le ragioni di 6 : 2, di 20 : 5, di 3 : 7, ec. saranno geometriche, le loro quantità saranno $^6/_2$, $^{20}/_5$, $^3/_7$, *ec., ovvero 3, 4,* $^3/_7$, *ec. Se poi le ragioni di 5 : 3, di 9 : 6, di 13 : 8, ec. saranno aritmetiche, le loro quantità saranno 2, 3, 5, ec.*

Corollario.

134. Essendo la quantità della ragione geometrica un rotto, che ha per numeratore l' antecedente, e per denomitore il conseguente; è chiaro che la quantità di qualunque ragione geometrica non si muta con moltiplicare, o dividere sì l' antecedente, che 'l conseguente per qualsisia numero (§§ 55, e 56).

Definizione IV.

135. Due ragioni, geometriche, o aritmetiche che sieno, si dicono *uguali*, se uguali sono le loro quantità.

Così le ragioni geometriche di 20 : 5, e di 8 : 2 sono uguali perchè la quantità di ambedue è 4. Similmente uguali sono le ragioni aritmetiche di 7 : 4, e di 13 : 10, perchè in ambedue a quantità è 3.

Corollario.

136. Sicchè, se due ragioni geometriche sono uguali, uguali resteranno ancora, ancorchè i termini d' una sieno moltiplicati, o divisi per un' istesso numero.

Definizione V.

137. Una ragione geometrica si dice *Semplice* s' è il paragone di due sole grandezze. Si dice poi *Composta*, se la sua quantità è il prodotto delle quantità di più ragioni semplici.

Corollario I.

138. Sieno più ragioni semplici di A : B, di C : D, di E : F; le loro quantità saranno $\frac{A}{B}, \frac{C}{D}, \frac{E}{F}$. Sicchè la ragione, che ha per quan-

tità $\frac{A}{B}+\frac{C}{D}+\frac{E}{F}$, si dice composta dalle ragioni di A, B, di C : D, di E : F. Ma $\frac{A}{B}+\frac{C}{D}+\frac{E}{F}=\frac{A+C+E}{B+D+F}$, cioè uguale alla quantità della ragione di A+C+E : B+D+F. Dunque se si hanno più ragioni semplici di A : B, di C : D, di E : F, la ragione del prodotto de' loro antecedenti al prodotto de' loro conseguenti è composta da sì fatte ragioni semplici.

Corollario II.

139. Contrassegnino A, B, C, D, E, ec. più grandezze omogenee. Perchè della ragione di A : E non si cambia la quantità moltiplicando sì l'antecedente, che 'l conseguente che B+C+D; perciò la ragione di A : E sarà uguale alla ragione di A+B+C+D : B+C+D+E. Ma questa uguaglia la composta dalle ragioni di A : B, di B : C, di C : D, di D : E (§ *prec.*) Dunque la ragione di A : E uguaglia anche la composta dalle ragioni di A : B, di B : C, di C : D, di D : E. Sicchè, se si hanno più grandezze omogenee, la ragione della prima all' ultima è uguale alla composta dalle ragioni della prima alla seconda, della seconda alla terza, della terza alla quarta, ec.

Definizione VI.

140. Si dice d' ogni ragione geometrica *Reciproca* quella, che ha il conseguente all' antecedente.

Così della ragione di A : B, *si dice reciproca la ragione di* B : A.

Definizione VII.

141. Se si considera la ragione di A : B relativamente a quella di C ; D; si dirà la ragione di A : B *Diretta* della ragione di C : D, se la ragione di A : B sarà uguale alla ragione di C : D; si dirà poi la ragione di A : B *Reciproca* della ragione di C : D, se la ragione di A : B sarà uguale alla ragione di D : C.

Corollario I.

142. Essendo il quoziente, che nasce dividendo D per C uguale a quello, che si ha, dividendo $\frac{1}{C}$ per $\frac{1}{D}$. Dunque la reciproca della ragione di C : D, o sia la ragione di D : C è uguale alla ragione di $\frac{1}{C} : \frac{1}{D}$ (§ 136).

Corollario II.

143. Quindi se la ragione di P: Q sarà composta dalla diretta della ragione di A, B, e dalla reciproca della ragione di C: D, sarà la ragione di P: Q composta dalle ragioni di A: B, e di $\frac{1}{C}$; $\frac{1}{D}$, e conseguentemente uguale alla ragione di A $\frac{1}{C}$: B $\frac{1}{D}$ (§ 138), o di $\frac{A}{C}$: $\frac{B}{D}$.

Avvertimento.

144. Si conosce la ragione di A: B essere diretta di quella di C: D dalle loro quantità, che debbono essere uguali; e conseguentemente dall' osservare che secondochè A è maggiore, uguale, o minore di B, così C deve essere pure maggiore, uguale, o minore di D. Si conosce altresì essere la ragione di A: B reciproca di quella di C: D dalle quantità delle ragioni di A: C, e di D: C, che debbono essere anche uguali; e conseguentemente dall' osservare che secondocchè A è maggiore, uguale, o minore di B, così D deve essere anche maggiore, uguale, o minore di C, o al contrario C deve essere minore, uguali, o maggiore di D. Così la ragione della quantità di fabbrica fatta in un giorno da un numero d'uomini anche in un giorno è diretta di quella degli uomini primi agli uomini secondi; perchè secondocchè il numero degli uomini primi è maggio-

*

re, uguale, o minore del numero degli uomini secondi; così la quantità della prima fabbrica deve essere maggiore, uguale, o minore della quantità della fabbrica seconda. La ragione poi del tempo impiegato da un numero d'uomini in fare una quantità di fabbrica al tempo impiegato da un'altro numero d' uomini in fare l'istessa fabbrica è reciproca di quella degli numeri degli uomini; poichè a proporzione che il numero degli uomini primi è maggiore, uguale, o minore del numero degli altri; così il tempo impiegato dagli primi deve essere minore, uguale, o maggiore di quello, che gli altri vi hanno impiegato.

Definizione VIII.

145. Si dice *Proporzione* l' uguaglianza di due ragioni. La proporzione poi si dice *Geometrica*, se le ragioni sono geometriche, e *Aritmetica*, se le ragioni sono Aritmetiche.

Avvertimento.

146. Si noti che in ogni proporzione tra le due ragioni uguali metteremo sempre il segno $=$. Sicchè si scriverà sempre ogni proporzione a questo modo $A : B = C : D$; e si profferirà dicendo A sta a B, come C a D.

Definizione IX.

147. La proporzione si dice Discreta, se viene composta da quattro grandezze tutte diverse; si dice poi *Continua* se viene composta da tre, e

quella di mezzo è conseguente della prima ragione, e antecedente dell' altra.

Così A : B C : D *è proporzione discreta, o continua* A : B = B : C.

Definizione X.

148. Le grandezze, che formano la proporzione, si dicono *Termini proporzionali*; e quello di mezzo nella proporzione continua si chiama *Mezzo proporzionale*.

Avvertimento.

149. Si noti che col vocabolo proporzione intenderemo sempre appresso esprimere la proporzione geometrica; perchè della geometrica solamente avremo bisogno nell' uso del calcolo, che insegneremo. E perciò di sì fatta proporzione soggiugneremo quì quanto al nostro proposito farà mestiere.

Lemma.

150. *In ogni proporzione il prodotto de' termini estremi è uguale al prodotto de' termini di mezzo.*

Dimostrazione.

Esprime A : B = C : D qualunque proporzione. Saranno le quantità delle due ragioni $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ tra loro uguali; onde, riducendole all'istesso denominatore, uguali saranno anche i rotti $\frac{A+D}{B+D}$, $\frac{B+C}{B+D}$ (§ 61). Sicchè A+D, ch'è il prodotto degli estremi, è uguale a B+C, ch' è il prodotto de' termini di mezzo. Ch'è ciò, ohe bisognava dimostrare.

Corollario.

151. Se la proporzione sarà continua il prodotto de' termini di mezzo sarà il quadrato del mezzo proporzionale. Sicchè nella proporzione continua il prodotto de' termini estremi è uguale al quadrato del mezzo proporzionale.

PROBL. XXXII.

152. *Dati tre termini della proporzione discreta ritrovare il quarto proporzionale.*

Soluzione.

Il secondo si moltiplichi pel terzo, e'l prodotto si divida pel primo. Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato.

Esempj.

I. Sieno 24, 72, 94 i tre termini dati; sarà il quarto $\frac{72 + 94}{24} = 282$. Onde 24 : 72 = 94 : 282. II. Sieno 12 $^{1}/_{2}$, 20 $^{2}/_{3}$, 14 $^{1}/_{5}$ i tre termini dati; sarà il quarto $\frac{20\,^{2}/_{1} + 14\,^{1}/_{5}}{12\,^{1}/_{3}} = 23\,^{117}/_{215}$; onde 12 $^{1}/_{2}$: 20 $^{2}/_{3}$ = 14 $^{1}/_{5}$. 23 $^{117}/_{225}$.

Dimostrazione.

Imperciocchè il prodotto del termine secondo pel terzo è uguale al prodotto del termine primo per l' ultimo (§. 150). Sicchè dividendo si fatto prodotto pel termine primo, il quoziente sarà il quarto. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. XXXIII.

153. *Dati due termini della proposizione continua, ritrovare il terzo termine proporzionale.*

Soluzione.

Si divida pel termine primo il quadrato del secondo. Il quoziente sarà il terzo termine proporzionale cercato.

Si dimostra questa regola, come la precedente.

Esempj.

I. Sieno 4, e 6 i due termini dati; sarà il terzo $^{36}/_{4}$ = 9; onde 4 : 6 = 6 : 9. II. Sieno 8 $^{2}/_{3}$, e 11 $^{1}/_{2}$ i due termini dati, sarà il terzo = 15 $^{27}/_{104}$; onde 8 $^{2}/_{3}$: 11 $^{1}/_{2}$ = 11 $^{1}/_{2}$: 15 $^{27}/_{104}$.

PROBL. XXXIV.

154. *Dati i termini estremi della proporzione continua, ritrovare il mezzo proporzionale.*

Soluzione.

Si moltiplicano insieme i termini dati, e dal prodotto s'estragga la radice quadrata. Sarà sì fatta radice il mezzo proporzionale cercato.

Esempj.

I. Sieno dati 4, e 9; il mezzo proporzionale sarà 6; onde 4 : 6 = 6 : 9 : II. Sieno dati 9, e 21 : il mezzo proporzionale sarà 13. 7 circa.

Dimostrazione.

Imperciocchè nella proporzione continua il prodotto de' termini estremi è uguale al quadrato del mezzo proporzionale (§ 151). Dunque la radice quadrata di sì fatto prodotto è il mezzo proporzionale cercato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

CAP. VIII.

Del calcolo aritmetico applicato alla soluzione de' Problemi.

PROBL. GENERALE.

155. *Dato un probl., risolverlo coll' ajuto dell' aritmetica.*

Soluzione.

1. Si formi un' idea chiara del probl. proposto, distinguendo le grandezze date da quelle, che si cercano.

2. Si notino i numeri contrassegnanti le grandezze date separatamente, mettendo quelli, che contrassegnano grandezze dell' istessa spezie in corrispondenza tra loro, e tralasciando quelli, che non possono variare il calcolo.

3. Si esamini la ragione, che passa tra la grandezza cercata, e la sua omogenee, se è semplice, o composta, diretta, o reciproca della ragione delle altre grandezze omogenee, espresse da numeri notati.

4. Da sì fatto esame si ricavino le proporzioni, che ricavar si possono, facendo sì che i numeri, che si debbono ritrovare, sieno di ogni proporzione il quarto proporzionale.

5. Finalmente si ritrovino i quarti proporzionali; e così s' avranno i valori delle grandezze cercate.

Avvertimento.

156. A 7 classi ridurremo i probl., che quì insegneremo di sciorre. La prima sarà di quelli, che si sciolgono con una proporzione, ove le ragioni sono semplici, e dirette. La seconda sarà di quelli, che si sciolgono con una proporzione, in cui le ragioni sono semplici, ma una reciproca dell'altra. La terza sarà di quelli, che si sciolgono con una proporzione, in cui ha luogo la ragione composta diretta. La quarta sarà di quei, che si sciolgono con una proporzione: nella quale a luogo la ragione composta dalla diretta, e della reciproca. La quinta conterrà quelli, che si sciolgono con dividere un numero dato nella ragione, che ha la somma di più altri dati a ciascuno di essi, o nella ragione, che ha la somma de' prodotti d'altri numeri dati a ciascuno di tali prodotti. La sesta sarà di quei, che si sciolgono con dividere un numero dato in due, o più parti, che abbiano tra loro certe date ragioni. L'ultima finalmente comprenderà quelli, che si sciolgono con dividere l'unità in due, o più parti, che sieno tra loro nella ragione d'alcune differenze, che si ricavano da' numeri dati.

CLASSE I.

PROBL. XXXV.

157. *Per fare le monture a 13 soldati si sono spesi ducati 97 ½. Si cerca la spesa, che vi vorrà per fare le simili monture a soldati 153.*

Soluzione.

Il numero delle prime monture... 13
Il numero delle seconde monture .. 153
La spesa per le prime .... 97 ½
La spesa per le seconde si cerca.

Trattandosi di monture simili la spesa deve crescere a proporzione, che nasce, il loro numero. Onde la ragione delle spese è diretta di quella de' numeri delle monture. E perciò sarà 13 : 153 = 97 ½ : alla spesa cercata.

Sicchè la spesa cercata sarà $\frac{153 \times 97 \frac{1}{2}}{13} =$ duc. 1147 ½.

PROBL. XXXVI.

158. *Per poter fare 30 rotola di polvere vi vogliono rotola 22 $^1/_2$ di nitro. Si cerca quanto nitro vi vorrà per fare una quantità di polvere di cantara 7, e rotola 80.*

Soluzione.

Quantità di polvere I .... 30^{rot}
Quantità di polvere II 780
Quantità di nitro I .... 22 $^1/_2$
Quantità di nitro II si cerca.

Dovendo crescere la quantità di nitro a proporzione, che cresce la quantità di polvere; sarà la ragione delle quantità del nitro diretta della ragione delle quantità della polvere. Perciò, 30 : 780 = 22 $^1/_2$ alla quantità cercata di nitro. Onde la quantità cercata di nitro sarà $\frac{780 + 22\ ^1/_2}{30}$ $= 585^{rot.} = 5^{can.}\ 85^{rot.}$

CLASSE II.

PROBL. XXXVII.

159. *Per poter cavare un fosso intorno un' opera di fortificazione vi bisognano per 3 mesi 80 uomini; si cerca quanti uomini vi bisogneranno per poterlo cavare in 15 giorni.*

Soluzione.

Il tempo I . . . . 90 gior.
Il tempo II 15
Gli Uomini I 80
Gli Uomini II si cercano.

In fare l' istesso lavoro quant' è minore il tempo da impiegarvi, tanto maggiore deve essere il numero degli uomini in farlo. Sicchè la ragione degli uomini è reciproca di quella de' tempi; e perciò sarà (§ 141).

15 : 90 = 90 agli uomini cercati.

Sicchè gli uomini cercati debbono essere

$$\frac{90 + 80}{15} = 480.$$

PROBL. XXXVIII.

160. *Il palmo napoletano costa di 1200 parti, di cui il piede regio pariggino ne contiene 1440. Si cerca quanti palmi napoletani deve essere una lunghezza di 532 piedi parigini.*

Soluzione.

Essendo il palmo napoletano minore del piede parigino; l'istessa lunghezza conterrà più volte quello, che questo, e'l numero delle volte, che conterrà quello, sarà al numero delle volte che conterrà questo, come la grandezza di questo alla grandezza di quello. Sicchè sarà

1200 : 1440 = 532 al numero cercato. E perciò la lunghezza di 532 piedi parigini è palmi napoletani $\frac{1440 + 532}{1200} = 638 \, {}^{2}/_{5}$

CLASSE III.

PROBL. XXXIX.

161. *Con 7 mortari si sono buttati in una piazza assediata in 3 ore 84 bombe; si cerca in 4 ore con 18 mortari quante bombe nell'istessa piazza si potranno buttare.*

Soluzione.

Il numero de' p.^{i} mortari 7
Il numero de' 2.^{i} mortari 18
Il tempo I . . . . 3$^{or.}$
Il tempo II . . . . 4$^{or.}$
Il numero delle bombe prime . . . 84
Il numero delle seconde si cerca.

Si suppongano tre numeri di bombe, quello delle buttate dagli 7 mortari in 3 ore, quello, che butterebbero i mortari 18 anche in 3 ore, e quello, che butteranno i mortari 18 in 4 ore. Sarà il primo di sì fatti numeri all'ultimo in ragione composta dalla ragione del primo al secondo, e dalla ragione del secondo al terzo (§ 139). Ma la ragione del primo al secondo è diretta di quella de' numeri de' mortari, e la ragione del secondo la terzo è diretta di quella de' tempi. Dunque la ragione del numero nelle bombe buttate al numero, che si cerca, è composta dalla diretta della ragione de' mortari 7, e 18, e dalla diretta della ragione de' tempi 3, e 4. E perciò sarà (§ 138)

$7 \top 3 : 18 \dotplus 4 = 84$ al numero cercato.

Sicchè il numero cercato di bombe sarà $\dfrac{17 \dotplus 4 \dotplus 84}{7 \dotplus 3}$ $= 288.$

PROBL. XI.

162. *Per fare l' ottava parte d' una fortificazione vi hanno lavorati 50 uomini per 3 mesi; si cerca, lavorandovi 90 uomini per 10 mesi, quant' altra parte si farà, e quanta ne resterà da fare.*

Soluzione.

Gli uomini primi	50
Gli uomini secondi	90
Il tempo primo	3
Il tempo secondo	10
Quantità di lavoro primo	$^1/_8$
Quantità di lavoro secondo si cerca.	

Ragionando come nel probl. prec. sarà la quantità del lavoro primo alla quantità del lavoro cercato in ragione composta dalla diretta degli uomini, e dalla diretta de' tempi. Perciò sarà (§ 138).

$$50+3 : 90+o = {}^1/_8$$ al lavoro cercato.

Sicchè la parte della fortificazione, che si farà dagli 90 uomini in 10 mesi sarà $\dfrac{90+10}{50+3+8} = {}^3/_4 = {}^6/_8$, e conseguentemoute la parte, che resterà da fare sarà $^1/_2$.

CLASSE IV.

PROBL. XLI.

163. *Con 5 cannoni si sono fatte in 3 ore 60 tiri; si cerca in quanto tempo si potranno fare 200 tiri con cannoni 9.*

Soluzione.

Il numero de' cannoni primi	4
Il numero de' cannoni secondi	9
Il numero de' primi tiri	60
Il numero de' secondi tiri	200
Il tempo primo	8
Il tempo secondo si cerca.	

Si concepiscano tre tempi; il tempo primo, in cui i 5 cannoni fanno 60 tiri, il tempo; in cui i 5 cannoni farebbero 200 tiri, e'l tempo cercato. Sarà la ragione del primo di questi tre tempi all' ultimo composta dalla ragione del primo al secondo, e del secondo al terzo (§ 139). Ma la prima di queste ragioni componenti è diretta di quella de' numeri de' tiri 60, e 200, e la seconda è reciproca di quella de' numeri di cannoni 5, e 9. Dunque sarà (§ 142).

$^{60}/_{5}$; $^{200}/_{9} = 3$ al tempo cercato.

Sicchè il tempo cercato è $\dfrac{200+5+3}{60+9} = 5^{or.}\ 33'$

PROBL. XLII.

164. *Si sono cavati 1000 palmi di terra da 50 uomini in 8 giorni, si cerca quanti uomini vi bisogneranno per cavarne altri palmi 1500 in 15 giorni.*

Soluzione.

I palmi primi di terra cavati	1000
I palmi secondi di terra da cavare . .	1500
Il tempo I	8
Il tempo II	15
Gli uomini I	50
Gli uomini II si cercano.	

Se si argomenterà come nel prob. prec., si conoscerà che la ragione del numero degli uomini primi al numero degli uomini cercati è diretta di quella delle quantità di terra, e reciproca di quella de' tempi. Perciò sarà (§. 143)

$1000/8 : 1500/15 = 50$ a gli uomini cercati.

Sicchè gli uomini cercati sono $\frac{1500 + 50 + 8}{1000 + 15}$

$= 40$

CLASSE V.

PROBL. XLIII.

165. *Tre giuocatori* A, B, C, *fanno insieme un banco nel giuoco di 1350 ducati, con mettere* A *duc. 300*, B *ducati 420, e* C *duc. 630. Terminato il giuoco, si trova il detto banco avere guadagnata la somma di 270 duc. Si cerca quanto guadagno spetta a ciascuno dei guiocatori* A, B, C.

Soluzione.

Essendo la ragione de' guadagni diretta di quella delle somme poste a gioco; sarà la somma 1350 alla somma posta da ciascuno, come il guadagno intero 270 al guadagno, che spetta ciascuno. Onde saranno

1350 : 300 = 270 al guadagno di A
1350 : 420 = 270 al guadagno di B
1350 : 630 = 270 al guadagno di C

Per la qual cosa saranno i guadagni di

$$A = \frac{300 + 270}{1350} = 60$$

$$B = \frac{420 = 70}{1350} = 84$$

$$C = \frac{630 + 270}{1350} = 126$$

PROBL. XLIV.

166. *Tre giuocatori* A, B, C *fanno insieme nel giuoco un banco di ducati 1300, con mettere* A *ducati 300*, B *ducati 430*, C *ducati 570. Terminata la prima ora del giuoco*, A *si ritira la sua porzione*, B *se la ritira, terminata la terza, e* C *finalmente si alza dal giuoco, terminata l'ora quinta. Si cerca, essendo stata per tutte le cinque ore sempre l'istessa la fortuna del giuoco; ed essendosi in tutt' il giuoco perduta la somma di ducati 400, quant' è la perdita di ciascuno de' tre giuocatori* A, B, C.

Soluzione.

Essendo le perdite, qualora sono diverse le quantità poste, e diversi i tempi, in ragione composta della diretta di quelle quantità poste, e dalla diretta di quella de' tempi: non si deve in questo caso distribuire l'intera perdita nella ragione della somma delle quantità poste alla quantità posta da ciascuno, ma nella ragione, che ha la somma dei prodotti delle quantità poste, moltiplicate per gli rispettivi tempi, a ciascuno di sì fatti prodotti. Sicchè essendo

300 + 1 = 300
430 3 = 1290
170 + 5 = 2850

Somma = 4449,

s' avranno

$$4440 : 300 = 400 \text{ alla perdita di } A$$
$$4440 : 1290 = 400 \text{ alla perdita di } B$$
$$4440 : 2850 = 400 \text{ alla perdita di } C$$

Per la qual cosa saranno le perdite

$$\text{di } A = \frac{300 + 400}{4440} = 27^{\text{duc.}} \,.\, 2^{\text{gr.}} \,.\, 8^{\text{cav.}}$$

$$\text{di } B = \frac{1290 + 400}{4440} = 116 \,.\, 21 \,.\, 7$$

$$\text{di } C = \frac{2850 + 400}{4440} = 256 \,.\, 75 \,.\, 8$$

CLASSE VI.

PROBL. XLV.

167. *Tre cannoni* A, B, C *hanno fatto in un giorno 90 tiri; però* B *ne ha fatto due volte tanto, quanto* A, *e* C *tre volte tanto, quanto* B. *Si cerca qual' è il numero de' tiri fatti da ciascuno.*

Soluzione.

Contrassegnando con 1 il numero de' tiri di A, contrassegneranno 2 il numero de' tiri di B, e 3+2, ovvero 6 il numero de' tiri di C. Ma 1+2+6 = 9. Sicchè di tutt' i 90 tiri ne hanno fatto A $^1/_9$, B $^2/_9$, e C $^6/_9$
E perciò sono i tiri fatti
da A = $^{90}/_9$ = 10
da B = $^{180}/_9$ = 20
da C = $^{540}/_9$ = 60

PROBL. XLVI.

168. *Si debbono in due mesi cavare 100 canne di terra; però nel primo mese se ne debbono cavare tante; che sieno il triplo di quante se ne dovranno cavare nel secondo mese, e canne 6 di più. Si cerca quante canne se ne dovranno cavare nel primo mese, e quante nel secondo.*

Soluzione.

Essendo il numero delle canne di terra da cavare il primo mese il triplo di quello, che se ne debbono cavare nel secondo mese, e 6 di più; se le 6 di più si toglieranno da tutte le canne 100, il residuo 94 conterrà il numero delle canne da cavare nel secondo mese, e 'l triplo dell' istesso numero. Sicchè dividendo 94 per 1+3, ovvero per 4, il quoziente 23 $^2/_4$ darà le canne da cavare nel secondo mese; e perciò le canne da ca-

vare nel primo mese saranno 23 $^2/_1$ + 3 + 6 = 76 $^2/_1$.

CLASSE VII.

PROBL. XLVII.

169. *Si vuole formare un cannone di bronzo con rame, e stagno. Vale ogni cantaro di rame purificato ducati 87, e di stagno purificato ducati 67. Si cerca quanto di rame purificato, e quanto di stagno anche purificato si deve mettere per ogni cantaro, acciò sia il cannone del valore di ducati 85 a cantaro.*

Soluzione.

Prezzo d'un cantaro di rame purificato 87

Prezzo d'uu cantaro di bronzo cercato 85

Prezzo d'un cantaro dello stagno purificato 67

Se la differenza del prezzo 67 dal prezzo 85 uguagliasse la differenza del prezzo 85 dal prezzo 87, si dovrebbe allora prendere per ogni cantaro $^1/_2$ cantaro di rame, $^1/_2$ cantaro di stagno; perchè il prezzo di $^1/_2$ di rame di tanto eccederebbe il prezzo di $^1/_2$ cantaro del bronzo cercato, di quanto il prezzo dell'altro mezzo cantaro dell'istesso bronzo eccederebbe il prezzo di $^1/_2$ cantaro di stagno. Onde un mezzo cantaro di rame, e un mezzo cantaro di stagno formerebbero un cantaro

di bronzo del prezzo, che si cerca. Ma, non essendo le dette differenze ugnali tra loro, dee la porzione del rame esser maggiore, o minore della porzione dello stagno per ogni cantaro, secondochè la differenza de' prezzi del rame e del bronzo e minore, o maggiore della differenza de' prezzi del bronzo e dello stagno. Si tratta adunque quì di dividere l' unità in ragione reciproca delle dette differenze. Per la qual cosa, essendo 18 la differenza del 67 da 85, e 2 la differenza dell' 85 dall' 87; sarà la porzione di rame per ogni cantaro alla porzione di stagno, come 18 : 2, o come 9 : 1; e perciò se s' intenderà un cantaro diviso in 10 parti, 9 di tali parti si dovranno prendere di rame, e una di stagno. Sicchè per ogni cantaro si debbono prendere $9/_{10}$ di rame, $1/_{10}$ di stagno.

Corollario.

170. Quindi si ricava la seguente regola, che si diee *Regola dell' Allegazione*, o delle *Misture*, della quale si potrà fare uso in tutti gli altri simili casi. La regola è la seguente.

I. *Si notino i due prezzi 87, e 67; l' uno sotto l' altro come quì sotto fatto si vede, e a sinistra d' essi si noti il prezzo 85.* II. *Si trovi il 18, differenza del 67 dall' 85, e si noti a destra dell' 87; similmente si trovi il 2, differenza dell' 85 dall' 87, e si noti a destra del 67.* III. *Sotto le differenze trovate si noti la loro somma.* IV. *Si facciano i rotti $^{18}/_{20}$, $^{2}/_{20}$, che abbiamo per numeratori le differenze notate e per denominatore comune la som-*

ma delle medesime differenze. Il primo di sì fatti rotti $^{18}/_{20}$ ovvero $^{9}/_{10}$ darà la quantità del rame per ogni cantaro, e l' altro $^{2}/_{20}$, ovvero $^{1}/_{19}$ darà la quantità dello stagno.

Prezzi

	87	18
85		
	67	2

Som. delle diff. = 20.

Dunque per ogni cantaro si debbono prendere di rame $^{18}/_{20}$, ovvero $^{9}/_{10}$, e di stagno $^{2}/_{20}$ ovvero $^{1}/_{10}$.

Avvertimento.

171. Non soggiugniamo altri problemi, essendo gli adotti sufficientissimi per mettere un militare in istato di poter isciorre tutti gli altri, che pel bisogno della sua professione possono occorrere, li quali apparteranno sempre o a una delle suddette classi, o a più di esse insieme.

FINE.

INDICE

DE' CAPI CONTENUTI IN QUESTO TOMO

CAP. V.

CAP. VI.

CAP. VII.

CAP. VIII.

Fine dell' Indice



A S. E.

MONSIGNOR COLANGELO PRESIDENTE
DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE.

ECCELLENZA

Il Tipografo Giuseppe Cuomo con supplica espone a V. E. come volendo ristampare il libro intitolato - *Elementi di Matematica di Vito Caravelli Tomo I.* ; perciò prega l' E. S. a volergli accordare la revisione, e l' avrà

PRESIDENZA DELLA GIUNTA PER LA PUBBLICA ISTRUZIONE.

A dì 28 Gennajo 1833.

Il Regio Revisore Signor D. Andrea Ferrigni avrà la compiacenza di rivedere il suddetto libro, e di osservare se siavi cosa contro la religione, ed i dritti della Sovranità.

Il Deputato per la revisione de' libri
CAN. FRANCESCO ROSSI.

ECC. REV^MA.

Il suddetto libro, stimo pertanto, se non almenti all'E. V. R^ma, che permettersene debba la ristampa.

Il Regio Revisore
Andrea Ferrigni.

Napoli 8 marzo 1833.

PRESIDENZA DELLA GIUNTA DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE.

Vista la dimanda del tipografo Giuseppe Cuomo, con la quale chiede di voler ristampare il libro intitolato : Elementi di Matematica di Vito Caravelli Tom. I. ;

Visto il favorevole parere del Regio Revisore signor D. Andrea Ferrigni ;

Si permette, che l' indicato libro si ristampi, però non si pubblichi senza un secondo permesso, che non si darà se prima lo stesso Regio Revisore non avrà attestato di aver riconosciuta nel confronto uniforme la impressione all' originale approvato.

Il Presidente
M.r COLANGELO

Il Segretario generale
GASPARE SELVAGGI.



